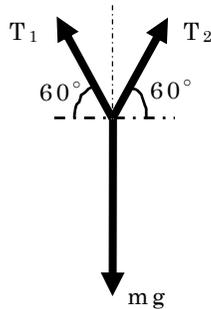


15-A1



図のように，物体とアイボルトがワイヤーロープで接続されているときの質量 m の物体とアイボルトに働く力を考える。ここで，ワイヤーロープには張力 T_1 ， T_2 が作用し，ワイヤーロープの自重の影響は無視できるものとする。

図中の鉛直方向の力のつりあいは

$$mg = T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 60^\circ \cdots (1)$$

となる。

また，水平方向の力のつりあいは

$$T_1 \cos 60^\circ = T_2 \cos 60^\circ \cdots (2)$$

である。

式(2)より， $T_1 = T_2 = T$ とし，式(1)に代入すると

$$mg = 2T \sin 60^\circ \cdots (3)$$

となる。

以上より，1本のアイボルトに働く鉛直下向き方向の力 P は $T \sin 60^\circ$ なので，式(3)から $T \sin 60^\circ = mg/2 = P$ となる。

次に，アイボルトが引張り破損しないためには，ボルトの有効断面に働く引張り応力が許容応力以下となる物体の質量を求めれば良い。よって，

$$\sigma_a \geq \frac{P}{A_s} \cdots (4)$$

となり，式(4)に， $\sigma_a = \sigma/f$ ， $P = mg/2$ を代入すると，次のよ

うに質量 m を求めることができる。

$$m \leq \frac{2\sigma A_s}{gf} = \frac{2 \times 400 \times 58}{9.8 \times 4} = 1184 \text{kg}$$

よって、アイボルトが引張り破損しない設計条件は $m \leq 1184 \text{kg}$ となる。

15-A2

ピンに作用するせん断応力は

$$\tau = \frac{P}{A}$$

となる。ここで、ピンがせん断破損しない条件は、 $\tau \leq \tau_a$ である。ピンのせん断破損面は 1 本のピンに対して破損面が 2 つあるので、2 本のピンのせん断破損面は $A = 4 \times (\pi d^2 / 4) = \pi d^2$ である。

以上より、ピンの直径 d は

$$d \geq \sqrt{\frac{P}{\pi \tau_a}} = 15 \text{mm}$$

よって、せん断破損しないピンの直径は $d \geq 15 \text{mm}$ となる。

15-A3

軸にねじりモーメントと曲げモーメントが同時に作用する問題である。

まず，ベルト軸に加わるねじりモーメント T と曲げモーメント M は

$$T = (P_2 - P_1) \frac{D}{2} = 300 \text{ Nm}$$

$$M = (P_2 + P_1 + W)l = (P_2 + P_1 + mg)l = 1358 \text{ Nm}$$

である。

相当ねじりモーメント T_e は軸力 $P=0$ なので，式 (15-11) を用いて

$$T_e = \sqrt{M^2 + T^2} = 1391 \text{ Nm}$$

となる。

また，式 (15-12) より $\tau = \frac{16T_e}{\pi d^3} \leq \tau_a$ であり，ベルト軸の軸径 d について解くと

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_e}{\pi \tau_a}} = 66.6 \text{ mm}$$

が得られる。

次に，相当ねじりモーメント M_e は軸力 $P=0$ と式 (15-13) から

$$M_e = \frac{1}{2} \left(M + \sqrt{M^2 + T^2} \right) = 1374 \text{ Nm}$$

となる。

さらに，式 (15-13) より $\sigma = \frac{32M_e}{\pi d^3} \leq \sigma_b$ であり，ベルト軸の軸径 d について解くと

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_e}{\pi\sigma_b}} = 57.4\text{mm}$$

を求めることができる。

以上より，ベルト軸の軸径 d は， $d \geq 67\text{mm}$ となる。

15-A4

引張り荷重に対する応力集中の問題である。

まず、環状半円みぞ付き丸軸の応力集中係数 α を求める。

題意より、 $d = D - 2t = 50\text{mm}$ であるので、 $r/d = 0.12$ 、 $D/d = 1.1$ となる。

これらの数値と図 15・4(a)より、 $\alpha = 1.90$ となる。

ここで、式 (15-22) から

$$\sigma_{\max} = \alpha \sigma_n = \alpha \frac{4P_2}{\pi d^2} \leq \sigma_a$$

となり、環状半円みぞを有する丸軸に加えることができる最大荷重 P_2 は

$$P_2 \leq \frac{\pi d^2 \sigma_a}{4\alpha} = 93\text{kN}$$

となる。

次に、一定断面の丸軸に働く引張り応力は

$$\sigma = \frac{4P_1}{\pi D^2} \leq \sigma_a$$

なので、一定断面の丸軸に加えることができる最大荷重 P_1 は

$$P_1 \leq \frac{\pi D^2 \sigma_a}{4} = 214\text{kN}$$

となる。ここで、両荷重の比を取ると、

$$\frac{P_2}{P_1} = 0.435$$

となり、一定断面の丸軸に切欠きを付けることによって、丸軸に加えることができる荷重が約 57% も減少することが分かる。

15-A5

曲げ荷重に対する応力集中の問題である。

まず、段付き丸軸の曲げ荷重による応力集中係数 α を求める。

題意より、 $r/d = 0.0611 \doteq 0.06$ 、 $D/d = 1.111 \doteq 1.1$ となる。

これらの数値と図 15・4(b)より、 $\alpha = 1.80$ が得られる。

次に、式 (15-22) より

$$\sigma_{\max} = \alpha \sigma_n = \alpha \frac{32M}{\pi d^3} = \alpha \frac{32P_2 l}{\pi d^3} \leq \sigma_b$$

となり、段付き丸軸の先端に作用する荷重 P_2 について解くと、

$$P_2 \leq \frac{\pi d^3 \sigma_b}{32 \alpha l} = 1018 \text{ N} \doteq 1.02 \text{ kN}$$

さらに、一定断面の丸軸に働く曲げ応力は

$$\sigma_b \geq \frac{32M}{\pi D^3} = \frac{32P_1 l}{\pi D^3}$$

であり、一定断面の丸軸の先端に作用する荷重 P_1 について解くと、

$$P_1 \leq \frac{\pi D^3 \sigma_b}{32 l} = 2513 \text{ N} \doteq 2.51 \text{ kN}$$

両荷重の比を取ると、

$$\frac{P_2}{P_1} = 0.406$$

が得られ、段付き丸軸に加工することによって、軸に加えることができる荷重が約 60% も減少することが分かる。

15・B1

この問題では、まず、ボルトとキーのせん断破損とキーの圧縮破損を考えてトルクを求める。次に、各破損形態から求めたトルクから、この軸継手が伝達可能なトルクを決定して伝達動力を求めることができる。

(1) ボルトのせん断破損

n 本のボルトに働くせん断応力 τ は、ボルトに働くせん断力を P_1 とすると

$$\tau = \frac{P_1}{A} = \frac{P_1}{n \frac{\pi}{4} d_B^2} = \frac{4P_1}{n\pi d_B^2} \leq \tau_{ab}$$

である。 P_1 について解くと、

$$P_1 \leq n \frac{\pi}{4} d_B^2 \tau_{ab}$$

となるので、ボルトに加えることができるトルク T_1 は

$$T_1 \leq P_1 \frac{D}{2} = \frac{\pi}{8} n d_B^2 D \tau_{ab} = 730.6 \text{ Nm}$$

となる。

(2) キーのせん断破損

キーのせん断破損は、幅 b で長さ l のせん断面に生じる。また、このせん断面に働くせん断力を P_2 とすると、キーがせん断破損を起こさないトルク T_2 として

$$T_2 \leq P_2 \frac{d}{2} = \tau_a b l \frac{d}{2} = 202.5 \text{ Nm}$$

が得られる。

(3) キーの圧縮破損

キーの圧縮破損は、軸継手とキーが接続されている高さ $h/2$ と長さ l の圧縮面に生じる。また、この圧縮面に作用する圧縮力を P_3 とすると、キーが圧縮破損しないトルク T_3 は

$$T_3 \leq P_3 \frac{d}{2} = \sigma_c \frac{h}{2} l \frac{d}{2} = 118.1 \text{ Nm}$$

となる。

(4) 伝達動力

上記(1)～(3)より，ボルトのせん断破損，キーのせん断破損とキーの圧縮破損を起こさないトルクは $T_3 < T_2 < T_1$ である。機械設計では，今回考慮した破損形態で最も小さいトルクを，この軸継手が伝達可能なトルクとして選定する。よって，軸継手の伝達動力 L は

$$L = T\omega = T_3 \frac{2\pi n}{60} = 24.7\text{kW}$$

となる。

15・B2

図のように、集中荷重を受ける両端支持ばりのたわみ問題として考える。

まず、伝動軸両端の軸受 A と B が受ける反力 R_A と R_B を求める。

鉛直方向の力のつりあいは

$$R_A + R_B = P$$

A 点まわりのモーメントのつりあいは

$$R_B l = Pa$$

であり、両式から

$$R_B = \frac{Pa}{l}$$

$$R_A = \frac{Pb}{l}$$

が得られる。

次に、A-C 間 ($0 < x < a$) のせん断力 F_{AC} と曲げモーメント M_{AC} の関係は図のようになり、 F_{AC} と M_{AC} は

$$F_{AC} = R_A = \frac{Pb}{l}$$

$$M_{AC} = R_A x = \frac{Pb}{l} x$$

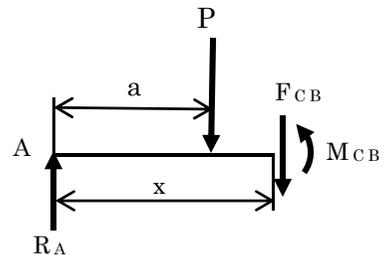
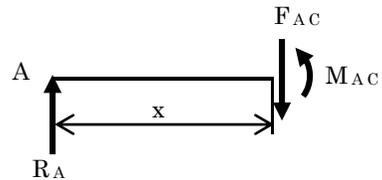
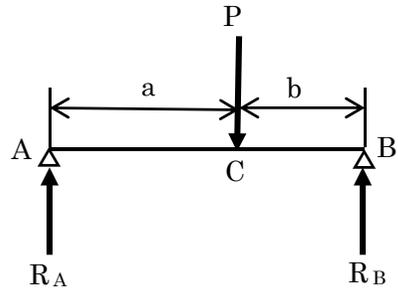
となる。

さらに、C-B 間 ($a < x < l$) のせん断力 F_{CB} と曲げモーメント M_{CB} の関係は図のようになり、 F_{CB} と M_{CB} は

$$F_{CB} = R_A - P = -\frac{Pa}{l}$$

$$M_{CB} = R_A x - P(x-a) = \frac{Pb}{l} x - P(x-a)$$

で表される。



最大曲げモーメント M_{\max} は $x=a$ のときであり、

$$M_{\max} = \frac{ab}{l}P$$

が得られる。

次に、はりのたわみ角 $i=dv/dx$ とたわみ量 v を求める。

たわみ曲線の微分方程式は式 (15-20) から

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -M$$

A-C 間 ($0 < x < a$) の方程式は、

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Pb}{l}x$$

となり、この式を 2 回積分すると、たわみ角 dv/dx とたわみ量 v は

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Pb}{2l}x^2 + C_1 \quad (1)$$

$$EIv = -\frac{Pb}{6l}x^3 + C_1x + C_2 \quad (2)$$

で表される。

C-B 間 ($a < x < l$) の方程式は、

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -\frac{Pb}{l}x + P(x-a)$$

であり、この式を 2 回積分すると、たわみ角 dv/dx とたわみ量 v は

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Pb}{2l}x^2 + \frac{P(x-a)^2}{2} + C_3 \quad (3)$$

$$EIv = -\frac{Pb}{6l}x^3 + \frac{P(x-a)^3}{6} + C_3x + C_4 \quad (4)$$

となる。

ここで、境界条件を適用して、積分定数 $C_1 \sim C_4$ を求める。
 先ず、C 点 ($x=a$) において、たわみ角は同じなので、式(1)、
 (3)は

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Pb}{2l}a^2 + C_1 = -\frac{Pb}{2l}a^2 + 0 + C_3$$

となり、 $C_1 = C_3 = C$ と置くことができる。

また、C 点 ($x=a$) でたわみ量は同じなので、式(2)、(4)は

$$EIv = -\frac{Pb}{6l}a^3 + Ca + C_2 = -\frac{Pb}{6l}a^3 + 0 + Ca + C_4$$

となり、 $C_2 = C_4 = C'$ と置ける。

次に、 $x=0$ のときに、たわみ量は 0 なので、式(2)より、 $C' = 0$
 となる。

さらに、 $x=l$ のときも、たわみ量は 0 なので、式(4)は次式で
 表される。

$$0 = -\frac{Pb}{6l}l^3 + \frac{P(l-a)^3}{6} + Cl + C'$$

ここで、 $l-a=b$ であり、両辺を 1 で除して C について解くと、

$$C = \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2)$$

が得られる。以上より、A-C 間 ($0 < x < a$) と C-B 間 ($a < x < l$) のたわみ角とたわみ量の方程式は次式で表すことができる。

A-C 間 ($0 < x < a$)

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Pb}{2l}x^2 + \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2) = \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2 - 3x^2) \quad (5)$$

$$EIv = -\frac{Pb}{6l}x^3 + \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2)x = \frac{Pbx}{6l}(l^2 - b^2 - x^2) \quad (6)$$

C - B 間 ($a < x < l$)

$$EI \frac{dv}{dx} = -\frac{Pb}{2l}x^2 + \frac{P(x-a)^2}{2} + \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2) = \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2 - 3x^2) + \frac{P(x-a)^2}{2}$$

(7)

$$EIv = -\frac{Pb}{6l}x^3 + \frac{P(x-a)^3}{6} + \frac{Pb}{6l}(l^2 - b^2)x = \frac{Pbx}{6l}(l^2 - b^2 - x^2) + \frac{P(x-a)^3}{6}$$

(8)

ここで、最大たわみ量が生じる位置は、 $a > b$ の場合は A - C 間に生じる。この最大たわみの位置では、 $dv/dx=0$ となることを条件として、最大たわみ位置 x_{\max} を求める。

式(5)より、

$$\frac{dv}{dx} = \frac{Pb}{6EI}(l^2 - b^2 - 3x^2) = 0$$

なので、

$$x_{\max} = \sqrt{\frac{l^2 - b^2}{3}}$$

となる。

よって、最大たわみ量 v は

$$v = \frac{Pb}{9\sqrt{3}EI}(l^2 - b^2)^{\frac{3}{2}} = 1.507 \times 10^{-4} \text{ m}$$

となる。さらに、単位長さ当たりのたわみ量は

$$\frac{v}{l} = 3.015 \times 10^{-4} \text{ m} \leq \frac{1}{3000}$$

となり、歯車を持つ伝動軸の許容範囲内で安全であることが分かる。

15-B3

(1) 圧縮コイルばねのたわみ量 v

台は水平を維持していることから、各ばねのたわみ量は等しいと考えて計算する。

図のように、ばねに作用する反力を R_A, R_B として、2つの反力を求める。

ここで、台に載せた物体と台の重さの和が2つの反力とつりあうので、鉛直方向の力のつりあいは、

$$(m_1 + m_2)g = R_A + R_B$$

となる。

また、A点まわりのモーメントのつりあいは、

$$\frac{l}{2}(m_1 + m_2)g = R_B l$$

であり、

$$R_B = \frac{(m_1 + m_2)g}{2} = 58.8\text{N} = R_A$$

となる。

次に、ばねのたわみ量 v は式 (15-38) より

$$v = \frac{8N_a D^3 P}{Gd^4}$$

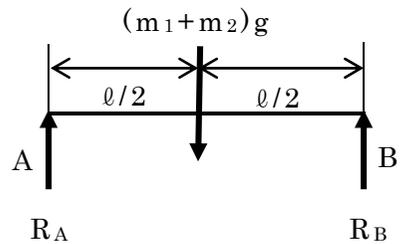
である。ここで、 $P = R_A = R_B$ なので、

$$v = \frac{8N_a D^3 R_A}{Gd^4} = \frac{8N_a D^3 R_B}{Gd^4} = 21.9\text{mm}$$

となる。

(2) 台に積載する物体の限界質量 m_L

ばねに発生するせん断応力の最大値は式 (15-40) で表され、この値がコイルばね材料の許容せん断応力 τ_a の範囲内であることを設計条件として、この台に載せることができ



る物体の限界質量 m_L を求める。

まず，式 (15-40) から

$$\tau_{\max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{1}{2c}\right) \leq \tau_a$$

である。ここで， $c = D/d$ なので，

$$\tau_a \geq \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D}\right)$$

となる。上式をばねに働く圧縮荷重 P について解くと

$$P \leq \frac{\tau_a \pi d^3}{8D \left(1 + \frac{d}{2D}\right)} = 69.1\text{N}$$

が得られる。ここで， $P = R_A = R_B$ である。

次に，ばねは 2 本なので，2 本のばねが載せることができる重さ W_T は， $W_T = 2P$ となる。

しかしながら，この重さには台の重さも含まれているため，台に積載可能な物体の重さ W_L は次式で表される。

$$W_L = 2P - m_2g$$

よって，台に積載可能な物体の限界質量 m_L は

$$m_L = W_L/g = 12.1\text{kg}$$

となる。

15・B4

まず，歯車の歯面に垂直に働く力 F_n を求める。

伝達動力の関係式は

$$L = T_1 \omega = T_1 \frac{2\pi n}{60} = F \frac{D_1}{2} \frac{2\pi n}{60} = F \frac{\pi D_1 n}{60}$$

であり，歯車Ⅰと歯車Ⅱのピッチ円上の接線力 F は

$$F = \frac{60L}{\pi D_1 n} = 382\text{N}$$

となる。

また，歯面に働く力の関係から，歯車の歯面に垂直に働く力 F_n として

$$F_n = F / \cos \alpha = 406.5\text{N}$$

が得られる。

さらに，歯面に垂直に働く力 F_n と軸受に働く反力 R_A ， R_B の力とモーメントのつりあいから，軸受に働く反力 R_A と R_B を求める。

図より，鉛直方向の力のつりあいは，

$$R_A + R_B = F_n$$

A 点まわりのモーメントのつりあいは

$$R_B(a+b) = aF_n$$

力とモーメントのつり合いから

$$R_B = \frac{a}{a+b} F_n = 271\text{N}$$

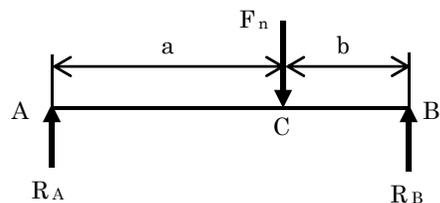
$$R_A = F_n - R_B = 135.5\text{N}$$

となる。

次に，歯車Ⅱに取り付けた軸に働くねじりモーメント T_2 を求める。

ねじりモーメント T_2 は歯車Ⅱのピッチ円上に働く接線力 F との関係から

$$T_2 = F \frac{D_2}{2} = 76.4\text{Nm}$$



となる。

さらに，歯車Ⅱに取り付けた軸に働く曲げモーメント M_2 を求める。

A-C間 ($0 < x < a$) のせん断力 F と曲げモーメント M の関係は図のようになる。

図より，鉛直方向の力のつりあいは

$$R_A - F = 0$$

A点まわりのモーメントのつりあいは

$$-Fx + M = 0$$

両式より，せん断力と曲げモーメントは

$$F = R_A = 135.5\text{N}$$

$$M = Fx = R_A x = 135.5x$$

となる。

ここで，設計計算では歯車Ⅱに取り付けた軸に働く最大曲げモーメントが必要となる。この軸では $x=0.2\text{m}$ のときに曲げモーメントの最大値を取るので， $M_{\max} = 27.1\text{Nm}$ となる。

これより，歯車Ⅱに取り付けた軸径 d を決定する。

題意から軸がせん断破損しないことを設計条件とするため，相当ねじりモーメント T_e を求める。

加えて，軸には変動負荷が加わるため，回転軸に変動負荷が加わる際の動的効果の係数を表 15・1 から選定する。ここでは， $k_t=1.5$ ， $k_b=2.0$ とする。

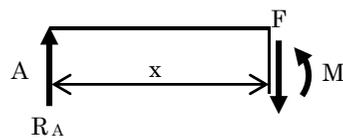
相当ねじりモーメントは式 (15-15) を用いて，

$$T_e = \sqrt{(k_b M_{\max})^2 + (k_t T_2)^2} = 126.8\text{Nm}$$

となる。さらに，式 (15-12) より，

$$\tau_a \geq \frac{16T_e}{\pi d^3}$$

であり，軸径 d について解くと，



$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16T_e}{\pi\tau_a}} = 25.3\text{mm}$$

が得られる。

以上より，歯車Ⅱに取り付ける軸径 d は **26mm** 以上とする。