6 - A1

(a)

$$y_G = \frac{\int ydA}{A} = \frac{\int_0^{60} y \cdot 20dy + \int_{60}^{80} y \cdot 60dy}{20 \times 60 + 60 \times 20}$$

$$= \frac{1}{2400}\left\{20\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{60} + 60\left[\frac{y^2}{2}\right]_{60}^{80}\right\} = 50mm$$

(b)

$$y_G = \frac{1}{30 \times 90 \times \frac{1}{2}} \int_0^{90} y(\frac{30}{90} y)dy = \frac{30}{\frac{1}{2}30 \times 90^2}\left[\frac{y^3}{3}\right]_0^{90}$$

$$= \frac{2}{90^2}\frac{90^3}{3} = 60mm$$

6 - A2

(a) $I_z = \frac{\pi}{64}50^4 - \frac{\pi}{64}40^4 = 1.811 \times 10^5 mm^4$

$$z = \frac{I_z}{\frac{50}{2}} = 7.244 \times 10^3 mm^3$$

(b) $I_z = \frac{7 \times 8^3}{12} - \frac{4 \times 6^3}{12} = 2.266 \times 10^2 mm^4$

$$z = \frac{I_z}{\frac{8}{2}} = 56.6mm^3$$

6 - A3

(a)

$$I_z = \int_{-50}^{10} y^2 20dy + \int_{10}^{30} y^2 60dy$$

$$= 20\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-50}^{10} + 60\left[\frac{y^3}{3}\right]_{10}^{30} = 1.360\times10^6\, mm^4$$

$$z_{y=0} = \frac{I_z}{50} = 2.720\times10^4\, mm^3$$

$$z_{y=80} = \frac{I_z}{30} = 4.533\times10^4\, mm^3$$

(b)

$$I_z = \int_{-60}^{30} y^2(20+\frac{30}{90}y)dy = \int_{-60}^{30} 20y^2 + \frac{3}{9}y^3 dy$$

$$= 20\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-60}^{30} + \frac{3}{9}\left[\frac{y^4}{4}\right]_{-60}^{30} = 6.075\times10^5\, mm^4$$

$$z_{y=0} = 1.013\times10^4\, mm^3$$

$$z_{y=90} = 2.025\times10^4\, mm^3$$

6 - B1

(1) $R_A + R_B - \omega l = 0$

$R_A + R_B - 400 = 0$

(2) $R_A l - \dfrac{\omega l^2}{2} = 0$

$R_A \times - \dfrac{50 \times 8^2}{2} = 0$

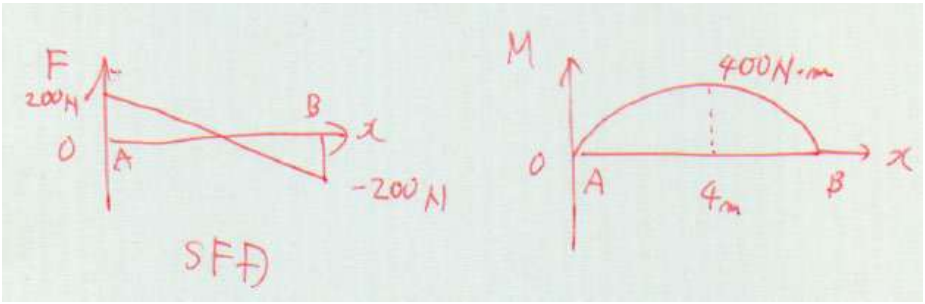
$8R_A - 1600 = 0$

(3) $R_A = 200$ 、 $R_B = 200$

(4) $F = R_A - \omega x = 200 - 50xN$

(5) $M = R_A x - \dfrac{\omega}{2} x^2 = 200x - 25x^2 Nm$

(6)



(7)

$$y_G = \frac{\int_0^5 y30dy + 2\int_5^{35} y5dy}{30 \times 5 + 5 \times 30 \times 2} = \frac{1}{450}\left\{30\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^5 + 10\left[\frac{y^2}{2}\right]_5^{35}\right\}$$

$$= 14.17mm$$

(8)

$$I_{z'} = \int_{-14.17}^{-9.17} y^2 30dy + 2\int_{-9.17}^{20.83} y^2 5dy = 30\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-14.17}^{-9.17} + 10\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-9.17}^{20.83}$$

$$= 5.344 \times 10^4 mm^4$$

(9) $z_1 = \dfrac{5.344\times10^4}{14.17} = 3.771\times10^3\, mm^3$

$z_2 = \dfrac{5.344\times10^4}{20.83} = 2.565\times10^3\, mm^3$

(10) 最大引張応力と最大圧縮応力は曲げモーメントの絶対値が最大の横断面で生じる。M_{max} が正だから、最大引張応力は中心軸から y が正方向に最大のところに生じる。

よって最大引張応力 $\sigma = \dfrac{400\times10^3}{5.344\times10^4}\times(20.83) = 155.9MPa$

最大圧縮応力 $\sigma = \dfrac{400\times10^3}{5.344\times10^4}\times(-14.17) = -106.1MPa$

6 - B2

力のつり合い　　$R_A + R_C - P = 0 \cdots ①$

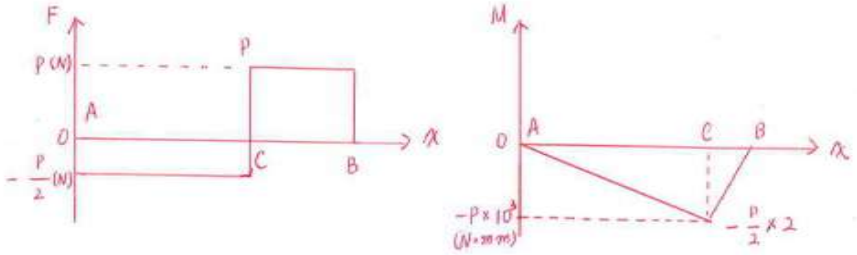
モーメントのつり合い　　$R_A 3 + R_C \times 1 = 0$

$R_C = -3R_A \cdots ②$

①に代入　　$R_A - 3R_A - P = 0$

$$\therefore R_A = -\frac{P}{2}$$

$$R_C = \frac{3}{2}P$$



C 点で曲げモーメントの絶対値が最大　$-P \times 10^3 (N \cdot mm)$

図心

$$y_G = \frac{1}{20 \times 80 \times 2}\left\{\int_0^{20} y80dy + \int_{20}^{100} y20dy\right\}$$

$$= \frac{1}{3200}\left\{80\left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{20} + 20\left[\frac{y^2}{2}\right]_{20}^{100}\right\} = 35mm$$

断面二次モーメント

$$I_{z'} = \int_{-35}^{-15} y^2 80dy + \int_{-15}^{65} y^2 20dy$$

$$= 80\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-35}^{-15} + 20\left[\frac{y^3}{3}\right]_{-15}^{65} = 2.907 \times 10^6 mm^4$$

C の横断面に生じる応力

上面

$$\sigma = \frac{-P \times N^3}{I} \times (-35) = \frac{-P \times 10^3}{2.907 \times 10^6} \times (-35) = 1.204 \times 10^{-2} P$$

正だから引張

下面

$$\sigma = \frac{-P \times N^3}{I} \times 65 = -2.236 \times 10^{-2} P$$

負だから圧縮

各応力が許容応力を超えないためには、

上面

$1.204 \times 10^{-2} P \leqq 30$

$P \leqq 2492N$

下面

$-2.236 \times 10^{-2} P \leqq -50$

$P \leqq 2236N$

両者を比較して、荷重 P は 2236N 以下にする必要がある。