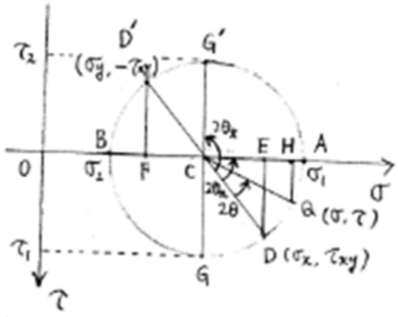
＊26　＠＠プラスアルファ＠＠

モールの応力円から得られる 9-4-3 節の情報（１）～（３）が，9-3-2 節ならびに 9-3-3 節で

導いた式と一致することを確認してみよう。

図に示すように，σ 軸上のＣ点を通る垂線と応力円との交点を G，G’とする。また，円周上の D 点，D’点，Q 点から σ 軸に下した垂線と σ 軸との交点を，それぞれ E，F，H とする。



(1) Q 点の横座標$\overline{\mathrm{OH}}$と縦座標$\overline{\mathrm{QH}}$は，図より次式で表される。

$$\overline{\mathrm{OH}} = \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CQ}}\cos(\angle\mathrm{QCA})$$

$$= \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CQ}}cos(2\theta_n - 2\theta) = \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CQ}}cos(2\theta_n - 2\theta)$$

$$= \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CQ}}(cos2\theta_n cos2\theta + sin2\theta_n sin2\theta)$$

$$= \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CD}}\left(\frac{\overline{\mathrm{CE}}}{\overline{\mathrm{CD}}}cos2\theta + \frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{CD}}}sin2\theta\right) = \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CE}}cos2\theta + \overline{\mathrm{DE}}sin2\theta$$

$$= \overline{\mathrm{OC}} + \frac{1}{2}\overline{\mathrm{EF}}cos2\theta + \overline{\mathrm{DE}}sin2\theta = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)cos2\theta + \tau_{xy}sin2\theta$$

$$= \sigma$$

$$\overline{\mathrm{QH}} = \overline{\mathrm{CQ}}\sin(2\theta_n - 2\theta) = \overline{\mathrm{CD}}(sin2\theta_n cos2\theta - cos2\theta_n sin2\theta)$$

$$= \overline{\mathrm{CD}}\left(\frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{CD}}}cos2\theta - \frac{\overline{\mathrm{CE}}}{\overline{\mathrm{CD}}}sin2\theta\right)$$

$$= \overline{\mathrm{DE}}cos2\theta - \overline{\mathrm{CE}}sin2\theta = \tau_{xy}cos2\theta - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)sin2\theta = \tau$$

よって，Q 点の縦，横の座標値は式(9.13)，(9.14)と一致する。

（2）A 点の横座標$\overline{\mathrm{OA}}$，B 点の横座標$\overline{\mathrm{OB}}$は，図より次式で与えられる。

$$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{OC}} + \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{OC}} + \sqrt{(\overline{\mathrm{CE}})^2 + (\overline{\mathrm{ED}})^2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \sqrt{\left\{\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\right\}^2 + {\tau_{xy}}^2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4{\tau_{xy}}^2} = \sigma_1$$

$$\overline{OB} = \overline{\mathrm{OC}} - \overline{\mathrm{CB}} = \overline{\mathrm{OC}} - \overline{\mathrm{CD}} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4{\tau_{xy}}^2} = \sigma_2$$

よって，A点，B点の横座標は式(9.17)と一致する。

　また，σ_1が生じる面の主軸となす角度 DCA は $2\theta_n$より，　$\tan 2\theta_n = \frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{CE}}} = \tau_{xy}/\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$ となり，式(9. 16)と一致する。一方，σ_2が生じる面の主軸となす角度は， 図より DCB=$2(\theta_n + \pi/2)$ なので，σ_1が生じる主応力面から更に$\pi/2$ 傾いた面となり，主応力面はお互いに直交することがわかる。

（3）図より， 主せん断応力の大きさはモールの応力円の半径となり，

$$\overline{\mathrm{CD}} = \sqrt{(\overline{\mathrm{CE}})^2 + (\overline{\mathrm{ED}})^2} = \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4{\tau_{xy}}^2} = \tau_1$$

よって，応力円の半径は式(9. 19)と一致する。また，せん断応力の大きさが最大となる面の傾きθ_tを図から求めると，

$$\tan 2\theta_t = \tan 2(\theta_n \pm \pi/4) = \frac{sin\left(2\theta_n \pm \frac{\pi}{2}\right)}{cos\left(2\theta_n \pm \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{\pm cos2\theta_n}{\mp sin2\theta_n} = \frac{\mp 1}{tan2\theta_n} = \mp \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

となり，式(9. 18)と一致する。よってせん断応力が極値をとる面は，主応力面に対して
45° 傾いていることがわかる。