9-A1

$a \rightarrow \mathrm{a}(1+\varepsilon_x)$, $b \rightarrow \mathrm{b}\left(1+\varepsilon_y\right)$, $c \rightarrow \mathrm{c}(1+\varepsilon_z)$ より，$V_0 = abc$

よって，

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V-V_0}{V_0} = \frac{\mathrm{a}(1+\varepsilon_x)b\left(1+\varepsilon_y\right)c(1+\varepsilon_z)-abc}{abc}$$

$$= (1+\varepsilon_x)\left(1+\varepsilon_y\right)(1+\varepsilon_z) - 1 \fallingdotseq \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

となる。ここで，ひずみは 1 に比べて十分小さいので，ひずみの 2 乗以上の項は無視する。

9-A2

式(9.11)より，$\sigma = pcos\theta = \frac{P}{A_0}cos^2\theta$，$\tau = \mathrm{psin}\theta = \frac{P}{A_0}cos\theta sin\theta$　$\sigma = \tau$より

$$\frac{P}{A_0}cos^2\theta = \frac{P}{A_0}cos\theta sin\theta$$

となる。よって，

$\theta = \frac{\pi}{4}$　となる。

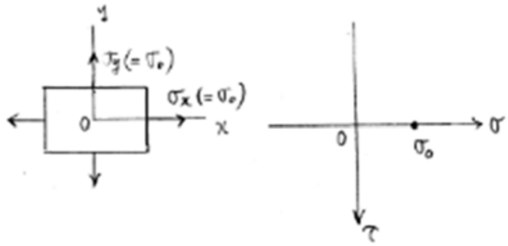
9-A3

解図 9.A に示すモールの応力円より，

$$\tau_1 = \frac{1}{2}\left(\sigma_x - \sigma_y\right) = \frac{1}{2}(\sigma_0 - \sigma_0) = 0$$

モールの応力円を解図 9.A に示す。

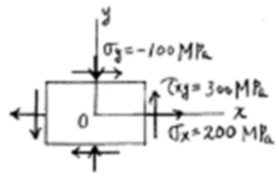
図中，点（$(\sigma_0$，$0)$で表される。



解図 9-A

9-A4

主応力の大きさは，式(9.17)より，



$$\sigma_1,\ \sigma_2 = \frac{1}{2}(200 - 100) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(200 + 100)^2 + 4 \times 300^2}$$

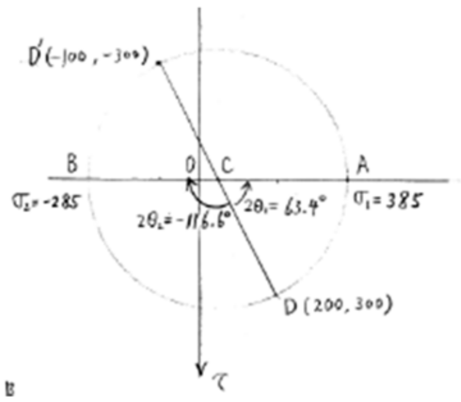
$= 50 \pm 335 = 385[\mathrm{MPa}],\quad -285[\mathrm{MPa}]$

主応力面の方向は，式(9.16)より，

$\tan 2\theta_n = \frac{2\times 300}{200+100} = 2$より，$2\theta_{n1} = 63.4°\quad 2\theta_{n2} = -116.6°$

$\theta_{n1} = 31.7°$

$\theta_{n2} = -58.3°$



解図 9-B

9-B1

問題 9-A1 で得られた関係式　$\Delta V/V_0 = \mathrm{\varepsilon_x} + \mathrm{\varepsilon_y} + \mathrm{\varepsilon_z}$ の各ひずみ成分に，式 9-2 の応力－ひずみ関係式を用いて体積増加率を応力成分で表すと，次のようになる。

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \mathrm{\varepsilon_x} + \mathrm{\varepsilon_y} + \mathrm{\varepsilon_z} =$$

$$\frac{1}{E}\left\{\sigma_x - \nu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right\} + \frac{1}{E}\left\{\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)\right\} + \frac{1}{E}\left\{\sigma_z - \nu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right\} =$$

$$\frac{(1-2\nu)}{E}\left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right)$$

いかなる 3 軸応力をとっても体積変化⊿ Vが 0 となるためは，上式よりポアソン比$\nu = 0.5$でなければならない。

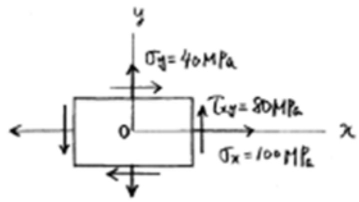
9-B2

丸棒の単軸引張りにおいて，最大せん断応力は$\theta = \frac{\pi}{4}$のときに生じる。

$\tau_{max} = \frac{P}{2A_0} = \frac{1}{2}\frac{P}{\frac{\pi}{4}d^2} = \tau_a$より，d=$\sqrt{\frac{2P}{\pi\tau_a}}$　$[mm]$

9-B3

（1）主応力の大きさは，式(9.17)より，



$$\sigma_{1,}\ \sigma_2 = \frac{1}{2}(100+40) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(200-40)^2 + 4\times 80^2}$$

$= 70 \pm 85{,}4 = 155.4MPa$

よって、$-15.4MPa$

主応力面の方向は，式(9.16)を用いて，

$\tan 2\theta_n = \frac{2\times 80}{100-40} = \frac{8}{3}$より，

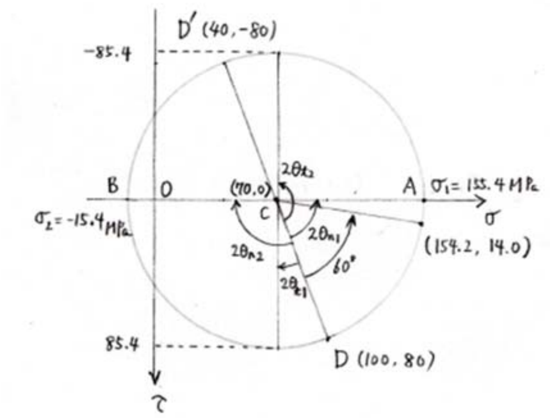
$2\theta_{n1} = 69.4°\quad 2\theta_{n2} = -110.6°$

$\theta_{n1} = 34.7°,\qquad \theta_{n2} = -55.3°$

主せん断応力面の向きは，式(9.16)を用いて，

$an2\theta_t = -\frac{100-40}{2\times 80} = -\frac{3}{8}$より，$2\theta_{t1} = -20.6°$

$2\theta_{t2} = 159.4°\quad \theta_{t1} = -10.3°,\qquad \theta_{t2} = 79.7°$



解図 9- C

（2）主せん断応力の大きさは，式(9.19)より，

$$\tau_{1,}\ \tau_2 = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(100-40)^2 + 4\times 80^2} = \pm 85.4\ \ [\mathrm{MPa}]$$

主せん断応力面上の垂直応力は，

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2) = \frac{1}{2}(\sigma_x+\sigma_y)$$

$$= \frac{1}{2}(155.4-15.4) = \frac{1}{2}(100+40) = 70\ \ \mathrm{MPa}$$

（3）30°をなす面上に作用する垂直応力は，式(9.13)より，

$$\sigma = \frac{1}{2}(100 + 40) + \frac{1}{2}(100 - 40)cos(2 \times 30) + 80sin(2 \times 30) = 154.2\ \ MPa$$

30°をなす面上に作用するせん断応力は，式(9.14)より，

$\tau = -\frac{1}{2}(100 - 40)\sin(2 \times 30) + 80cos(2 \times 30) = 14.0$ MPa