１０章　問題解答

１０－１

予習

１．（解答例）

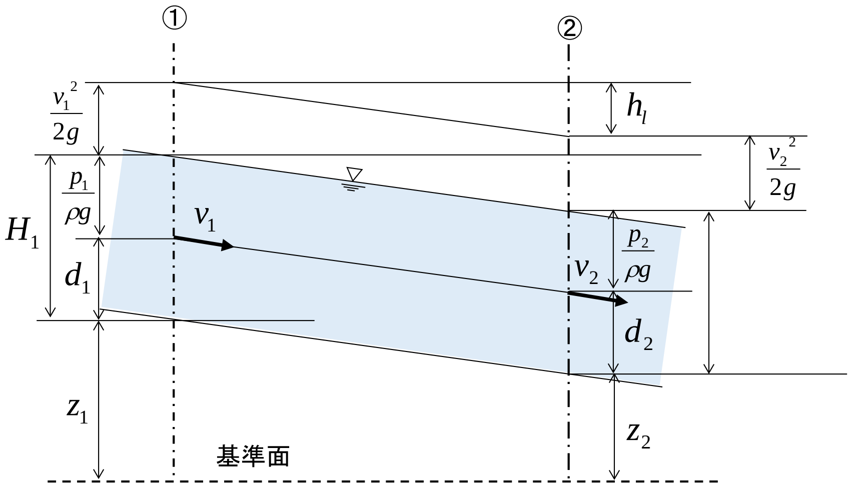
開水路では，下図のように 2 つの断面①と②において，ベルヌーイの定理を適用すると，

$$z_1 + d_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + d_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^{\ 2}}{2g} + h_l$$

となる。ただし，d_1，d_2 は，水路床から流心までの高さである。水深 $H = d + \dfrac{p}{\rho g}$ であるから，

$$z_1 + H_1 + \frac{v_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + H_2 + \frac{v_2^{\ 2}}{2g} + h_l$$

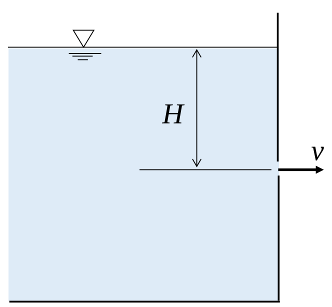
と表される。



開水路におけるベルヌーイの定理

２．（解答例）

図に示すような水槽の側面，あるいは底面に開けた小孔をオリフィスという。オリフィスから流出する水の流速 v は，基準面の高さを小孔の位置とし，水面と小孔の間にベルヌーイの定理を適用すると，



オリフィスからの流出

$$H+\frac{0^2}{2g}=0+\frac{v^2}{2g}$$

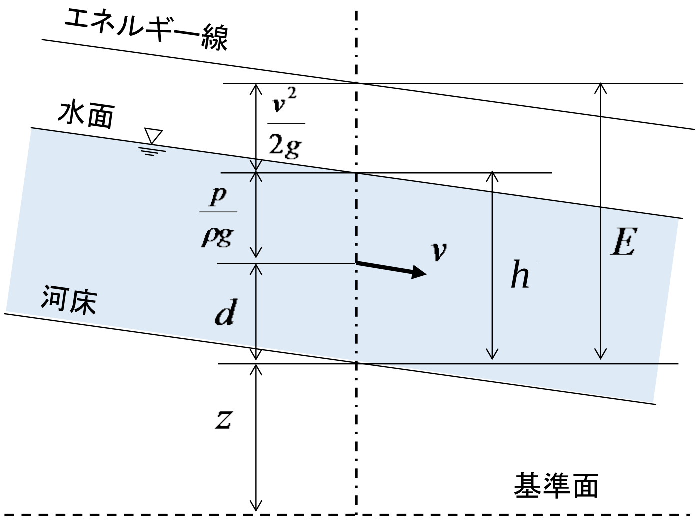
となり,

$$v=\sqrt{2gH}$$

と表される。これを「トリチェリの定理」という。

３．（解答例）

比エネルギー



水路床を基準として，水路床からエネルギー線までの高さ E を比エネルギーという。

$$E=h+\frac{v^2}{2g}$$

流量一定の条件下において，比エネルギーが最小となる水深を限界水深といい，水路幅 B の矩形断面水路においては,

$$h_c=\sqrt[3]{\frac{Q^2}{gB^2}}$$

で表される。

演習問題　Ａ

10-1-A1

h/L=0.3 / 1.5=0.2 であるから，流量係数 C は式 10-7b より計算する。

0.1< h/L ≦0.4 ；C=1.552+0.083(h/L)=1.552+0.083×0.2=1.569

$Q=CBh^{3/2}=1.569\times15\times0.3^{3/2}=3.87$ m³/s

演習問題　B

10-1-B1

横軸の h_1/a は 3.0/0.5=6　で，h_2/a は 2.0/0.5=4　であるから，流量係数 C は 0.4 が得られる。

$$Q = CBa\sqrt{2gh_1} = 0.4\times3.0\times0.5\times\sqrt{2\times9.8\times3.0} = 4.60 \ \ \mathrm{m^3/s}$$

10-1-B2

式 10-16 より，$Q = C\dfrac{A_1A_2}{\sqrt{A_1^{\,2}-A_2^{\,2}}}\sqrt{2gh}$　であるから，流量 Q が 2 倍になると，水頭差 h は 4 倍になる。

※　式 10-16 を丸暗記するのではなく，式 10-14 から導けるようにしておこう。

１０－２

予習

１．（解答例）

① 水圧は面に対して垂直方向に作用する。

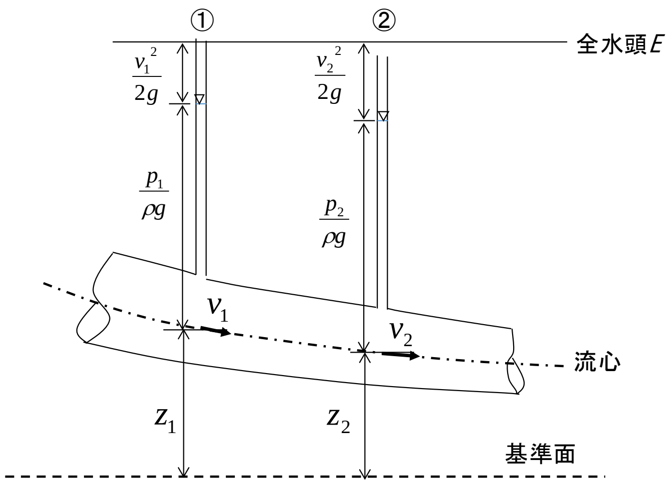
② 1 点における水圧は，すべての方向に対して等しい。

③ 水圧は水深に比例し，同一水面上の水圧はすべて等しい。

２．（解答例）

管路における流体（エネルギー損失がない流体）では，水がもつエネルギーは，図に示すように位置水頭，圧力水頭および速度水頭の和が一定であり，次式で表される。

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^{\,2}}{2g} = E\ （一定）$$



管路におけるベルヌーイの定理

３．（解答例）

$$p = \rho gh = 1010\times9.8\times0.1 = 990\ \mathrm{Pa}$$

演習問題　Ａ

10-2-A1

$$v = C\sqrt{2gh} = 0.98\times\sqrt{2\times 980\times 2.1} = 62.9\ \mathrm{cm/s}$$

演習問題　Ｂ

10-2-B1

たとえば，総圧管，静圧管のマノメータの読み値の差が 1cm であるとき，45 度に傾斜させた場合，値の差は$\sqrt{2}$ ≒1.41cm となり，大きくなる。したがって，流速が小さいほど読み値の差は小さくなるため，傾斜させた方が良い。

10-2-B2

圧力のつり合いを考えると，

$$p + \rho_w g H_1 = \rho_q g H_2$$

となる。

$$p = \rho_q g H_2 - \rho_w g H_1 = 13600\times 9.8\times 0.3 - 1000\times 9.8\times 0.2 = 38.02\mathrm{kPa}$$

１０－３

予習

１．（解答例）

レイノルズ数 R_e は，流体の慣性力と粘性力の比で表される無次元数であり，

$$R_e = \frac{vL}{\nu}$$

の式で表される。ここに，v：流体の代表流速(m/s)，L：流体の代表長さ(m)，ν：流体の動粘性係数(m^2/s)　である。

２．（解答例）

フルード数 F_r は，流体の慣性力と重力の比で表される無次元数であり，

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{gL}}$$

の式で表される。ここに，v：流体の代表流速(m/s)，g：重力加速度(m/s^2)，L：代表長さ(m)で水理学では水深h (m)を用いる。分母の$\sqrt{gh}$ は，水面を伝搬する長波の波速を表している。

演習問題　Ａ

10-3-A1

式 10-37 より，

$$F_r = \frac{U_p}{\sqrt{gL_p}} = \frac{U_m}{\sqrt{gL_m}}$$

流速の縮尺は

$$\frac{U_m}{U_p} = \frac{\sqrt{gL_m}}{\sqrt{gL_p}} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = \sqrt{\frac{1}{2000}}$$

演習問題　Ｂ

10-3-B1

自動車の速度(m/s)は,

60km/h ＝　16.7 m/s

レイノルズ数 Re は,

$$R_e = \frac{16.7\times 6}{1.5\times 10^{-5}} = 6.67\times 10^7$$

模型実験における空気の動粘性係数 ν は等しいとすると，模型の縮尺は

$$R_e = \frac{U_p L_p}{\nu} = \frac{U_m L_m}{\nu} \quad \text{よって，} \quad \frac{L_m}{L_p} = \frac{U_p}{U_m} = \frac{16.7}{50} = 0.34 \text{倍}$$

10-3-B2

式 10-37 より，

$$F_r = \frac{U_p}{\sqrt{gL_p}} = \frac{U_m}{\sqrt{gL_m}}$$

流速の縮尺は

$$\frac{U_m}{U_p} = \frac{\sqrt{gL_m}}{\sqrt{gL_p}} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = \sqrt{\frac{1}{200}}$$

流量の縮尺は

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{U_m}{U_p}\times\left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}}\times\left(\frac{L_m}{L_p}\right)^2 = \sqrt{\frac{1}{200}}\times\left(\frac{1}{200}\right)^2 = 2828.4 \text{ m}^3\text{/s}$$