２章　ＷｅｂにＬｉｎｋ解説

オイラーのつり合い方程式の誘導（静止流体，p.46）

非圧縮性流体，すなわち流体の密度が一定の場合，圧力は断面積の大きさに依存せず，単に高さ(深さ)のみの関数であることを学んだ。そこで圧力と高さの関係について，重力以外の加速度が作用する問題へと拡張し，一般化を行う。

図に示す直交座標系（x, y, z）において，静止した微小な直方体の流体に作用する力のつり合いについて考えてみよう。この場合，微小直方体の体積は $dxdydz$ であり，直方体には圧力の他に単位質量あたり，例えば重力加速度のような体積力加速度（質量力）が働く。そこで，以下，その（x, y, z）方向体積力加速度の成分をそれぞれ（X, Y, Z）と表すことにする。なお、この体積力加速度（質量力）の単位は m/s² である。なお，圧力は 3 次元的に変化するため， $p = f(x, y, z)$とする。

まず，x 方向の力のつり合いを考える。微小な直方体の質量は$\rho dxdydz$ であり，流体に作用する x 方向の力は（力＝圧力×断面積）から求められ，ニュートンの運動の第二法則から，力＝質量×加速度を考慮すると，次式が導かれる。

$$\left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx - p\right)dydz = \rho X dxdydz$$

ゆえに，x 方向の静水圧基礎方程式は

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X$$

同様にして，y 方向および z 方向について，静水圧の基礎方程式は，

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y \ , \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z$$

となり，以上の結果をまとめると，静水圧の基礎方程式は次のように一般化される。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho X \ , \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho Y \ , \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \rho Z$$

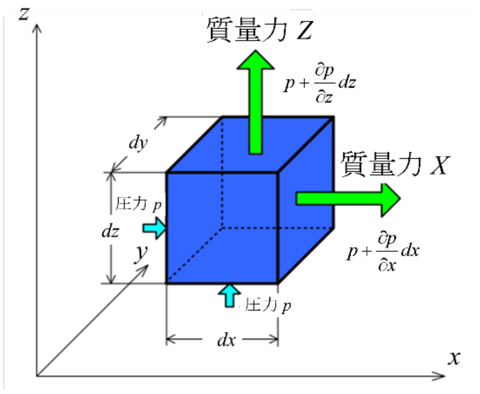

図　静止流体中の微小要素に働く力のつり合い