4章　問題解答

４－１

予習

１．

Q=15L/s＝0.015m^3/s，D=80mm=0.08m　であるから，

管内の平均流速は連続式より

$$U=\frac{Q}{A}=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4\times 0.015}{\pi\times 0.08^2}=2.98\ \text{m/s}$$

２．

連続式より，

$$Q=\frac{\pi D_1^2}{4}U_A=\frac{\pi D_2^2}{4}U_B$$

$$\therefore U_A=\frac{4Q}{\pi D_1^2}=\frac{4\times 0.02}{\pi\times 0.120^2}=1.77\ \text{m/s},\quad U_B=\frac{4Q}{\pi D_2^2}=\frac{4\times 0.02}{\pi\times 0.080^2}=3.98\ \text{m/s}$$

また，A 点と B 点の圧力をそれぞれ p_A，p_B とし，両点間にベルヌーイの定理を適用すると，

$$\frac{U_A^2}{2g}+\frac{p_A}{\rho g}=\frac{U_B^2}{2g}+\frac{p_B}{\rho g}$$

となる。したがって，B 点の圧力水頭は

$$\frac{p_B}{\rho g}=\frac{U_A^2}{2g}+\frac{p_A}{\rho g}-\frac{U_B^2}{2g}=\frac{1.77^2}{2\times 9.8}+2.50-\frac{3.98^2}{2\times 9.8}=0.16+2.50-0.81=1.85\ \text{m}$$

演習問題　Ａ

4-1-A1

管内の平均流速は

$$U=\frac{Q}{A}=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4\times 300}{\pi\times 5.0^2}=15.3\ \text{cm/s}$$

ゆえに，レイノルズ数は

$$R_e=\frac{UD}{\nu}=\frac{15.3\times 5.0}{0.010}=7650\ >\ 2000$$

したがって，この流れは乱流である。

4-1-A2

流れは層流であると仮定すると，流量は式 4-7 より a=D/2 として

$$Q=\frac{\pi a^4\rho gI}{8\mu}=\frac{\pi D^4 gI}{16\times 8\nu}=\frac{\pi\times 1.5^4\times 980\times\left(1/1000\right)}{128\times 0.010}=12.2\ \text{cm}^3\text{/s}$$

また，平均流速は式 4-8 より，

$$U=\frac{a^2\rho gI}{8\mu}=\frac{D^2 gI}{4\times 8\nu}=\frac{1.5^2\times 980\times\left(1/1000\right)}{32\times 0.010}=6.89\ \text{cm/s}$$

さらに，壁面の摩擦応力は式 4-3 より，

$$\tau_0 = \rho gRI = \rho g\frac{D}{4}I = 1\times 980\times\frac{1.5}{4}\times(1/1000) = 0.368\ \mathrm{g/cm\cdot s^2} = 3.68\times 10^{-2}\ \mathrm{N/m^2}$$

※確認

$R_e = \dfrac{UD}{\nu} = \dfrac{6.89\times 1.5}{0.010} \cong 1030 < 2000$ から，この流れは層流と判断される。したがって，式 4-7 の使用は妥当である。

4-1-A3

層流の流量は式 4-7 より，次式で求められる。

$$Q = \frac{\pi D^4 gI}{128\nu} \qquad ①$$

いま，求める管径を D_1 とすると

$$3Q = \frac{\pi D_1^4 gI}{128\nu} \qquad ②$$

①，②より Q を消去すると

$3\times\dfrac{\pi D^4 gI}{128\nu} = \dfrac{\pi D_1^4 gI}{128\nu}$ より，$3D^4 = D_1^4$ となり，$D_1 = 1.32D$ が得られる。

演習問題　B

4-1-B1

(1)管内の平均流速は

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4\times 30}{\pi\times 4.0^2} = 2.39\ \mathrm{cm/s}$$

ゆえに，レイノルズ数は

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{2.39\times 4.0}{0.010} = 956 < 2000$$

したがって，この流れは層流である。

例題 4-1-2 の式②と式③より，r は管中央からの距離であることに留意して

$$u_1 = u|_{r=1} = 2v\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\} = 2\times 2.39\times\left\{1-\left(\frac{1.0}{2.0}\right)^2\right\} = 3.59\ \mathrm{cm/s}$$

$$u_2 = u|_{r=0} = 2v\left\{1-\left(\frac{r}{a}\right)^2\right\} = 2\times 2.39\times\left\{1-\left(\frac{0}{2.0}\right)^2\right\} = 4.78\ \mathrm{cm/s}$$

(2) 円管壁面のせん断応力は式 4-3 より

$$\tau_0 = \rho gRI = \frac{\rho gDI}{4} \qquad ①$$

一方，流量は式 4-7 より

$$Q = \frac{\pi a^4 \rho gI}{8\mu} = \frac{\pi D^4 gI}{128\nu} \qquad ②$$

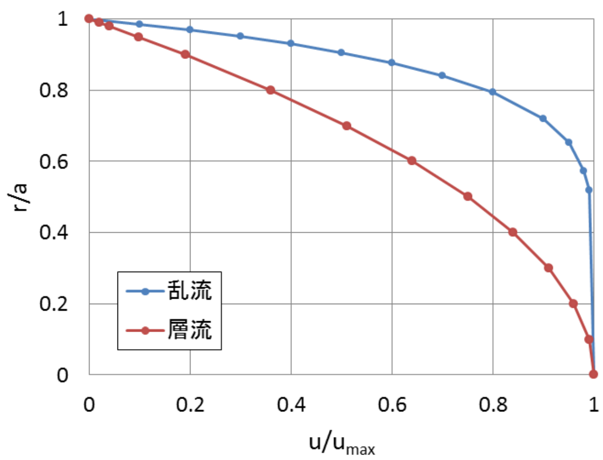
①，②より壁面せん断力は

$$\tau_0 = \frac{\rho D}{4}\frac{128\nu}{\pi D^4}Q = \frac{32\rho\nu}{\pi D^3}Q = \frac{32\times 1\times 0.010}{\pi\times 4.0^3}\times 30 = 0.0477\ \mathrm{g/cm/s^2} = 4.77\mathrm{N/m^2}$$

4-1-B2

下表，下図のとおり。

	乱流	層流
r/a	$(1-r/a)^{1/7}$	$1-(r/a)^2$
0	1	1
0.1	0.99	0.99
0.2	0.97	0.96
0.3	0.95	0.91
0.4	0.93	0.84
0.5	0.91	0.75
0.6	0.88	0.64
0.7	0.84	0.51
0.8	0.79	0.36
0.9	0.72	0.19
0.95	0.65	0.10
0.98	0.57	0.04
0.99	0.52	0.02
1	0	0



4-1-B3

式 4-25 より

$$u = u_{\max} + \frac{u_*}{\kappa}\ln\frac{y}{a}$$

$$U = \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a 2\pi(a-y)\cdot u dy = \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a 2\pi(a-y)\cdot\left(u_{\max} + \frac{u_*}{\kappa}\ln\frac{y}{a}\right)dy$$

$$= \frac{2}{a}\int_0^a \left(1-\frac{y}{a}\right)\left(u_{\max} + \frac{u_*}{\kappa}\ln\frac{y}{a}\right)dy$$

$$= \frac{2u_{\max}}{a}\int_0^a\left(1-\frac{y}{a}\right)dy + \frac{2u_*}{\kappa a}\int_0^a\left(1-\frac{y}{a}\right)\ln\frac{y}{a}dy$$

$y/a=Y$ とおくと，積分範囲は y=0～a に対して Y=0～1，また，$dy=adY$ であるから

$$U = 2u_{\max}\int_0^1(1-Y)dY + \frac{2u_*}{\kappa}\int_0^1(1-Y)\ln Y dY \qquad ①$$

右辺第一項より

$$\int_0^1(1-Y)dY = \left[Y - \frac{1}{2}Y^2\right]_0^1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \qquad ②$$

右辺第二項より

$$\int(1-Y)\ln Y dY = \left(Y - \frac{1}{2}Y^2\right)\times\ln Y - \int\left(Y-\frac{1}{2}Y^2\right)\times\frac{1}{Y}dY = Y\ln Y - \frac{1}{2}Y^2\ln Y - Y + \frac{1}{4}Y^2$$ だから

$$\int_0^1(1-Y)\ln Y dY = \left[Y\ln Y - \frac{1}{2}Y^2\ln Y - Y + \frac{1}{4}Y2\right]_0^1 = -\frac{3}{4} \qquad ③$$

②と③を①に代入し，κ=0.4 として

$$U = 2u_{\max} \times \frac{1}{2} + \frac{2u_*}{\kappa} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = u_{\max} - 3.75u_*$$

４－２

予習

１．

$$U = \frac{1}{A}\int_A u dA = \frac{1}{\pi a^2}\int_0^a 2\pi(a-y)u dy$$

２．

（1）まず，部分積分の公式は以下のとおりである。

f，g を任意の関数として，

$$\int f \cdot g' dx = f \cdot g - \int f' \cdot g dx \qquad ①$$

さて，$\int \ln x dx = \int \ln x \times 1 dx$ と考え，式①を参照して ln$x$=f，1=g'とおくと，部分積分の公式より

$$\int \ln x dx = \ln x \times x - \int \frac{1}{x} \times x dx = x \ln x - x + C$$

（2）

(1) t と同様に ln$x$=f，x=g'とおくと

$$\int x \ln x dx = \ln x \times \frac{1}{2}x^2 - \int \frac{1}{x} \times \frac{1}{2}x^2 dx = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4} + C$$

演習問題　Ａ

4-2-A1

管内の平均流速は

$$U = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \times 50}{\pi \times 5^2} = 2.5 \text{ cm/s}$$

水温 20℃の水の動粘性係数はν=0.0101cm^2/s であるから，レイノルズ数は

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{2.55 \times 5.0}{0.0101} \cong 1260$$

で，流れは層流である。したがって，この流れの摩擦損失係数 f は

$$f = \frac{64}{R_e} = 0.051$$

4-2-A2

粗面乱流の平均流速式（式 4-48 より）：$\frac{U}{u_*} = \sqrt{\frac{8}{f}} = 4.92 + 5.66 \log \frac{D}{2k_s}$　　(1)

摩擦速度：$u_* = \sqrt{gRI}$　　(2)

径深：$R = \frac{D}{4}$　　(3)

式(2)，(3)より，$u_* = \sqrt{980 \times \dfrac{10.0}{4} \times \dfrac{1}{10}} = 15.7$ cm/s

これを式(1)に代入すると平均流速は

$$U = 15.7 \times \left(4.92 + 5.66 \log \frac{10.0}{2 \times 0.10} \right) = 228.2 \text{ cm/s}$$

したがって，流量は

$$Q = AU = \frac{\pi \cdot 10.0^2}{4} \times 228.2 \cong 1.79 \times 10^4 \text{ cm}^3\text{/s} = 17.9 \text{ L/s}$$

確認

$\dfrac{u_* k_s}{\nu} = \dfrac{15.7 \times 0.10}{0.0101} = 155$ より，完全粗面

$R_e = \dfrac{UD}{\nu} = \dfrac{228.2 \times 10}{0.0101} = 2.26 \times 10^5$ で，乱流

4-2-A3

径深 $R=D/4=0.50/4=0.125$ m，$I_e=I$ として，

（１）シェジーの式：式 4-54 より

$$U = C\sqrt{RI} = 50.5 \times \sqrt{0.125 \times \frac{1}{300}} = 1.03 \text{ m/s}$$

（２）マニングの式：式 4-56 より

$$U = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} = \frac{1}{0.014} \times 0.125^{2/3} \times \sqrt{\frac{1}{300}} = 1.03 \text{ m/s}$$

（３）ヘーゼン－ウイリアムスの式：式 4-59 より

$$U = 0.849 C_H R^{0.63} I^{0.54} = 0.849 \times 130 \times 0.125^{0.63} \times \left(\frac{1}{300} \right)^{0.54} = 1.37 \text{ m/s}$$

この例題では，シェジーの式やマニングの式とヘーゼン－ウイリアムスの式では結果に大きな差がある。これは，シェジーやマニングの式は乱流が十分に発達した流れに適用されるのに対して，ヘーゼン－ウイリアムスの式は粗滑遷移領域に近い流れに適用されるためである。

演習問題　B

4-2-B1

管の粗滑が不明なので，u_*/νの値を求めて判断する。

$R=D/4$，20° の水の動粘性係数は$\nu=0.0101$cm²/sだから，

$$u_* = \sqrt{gRI} = \sqrt{980 \times \frac{10.0}{4} \times \frac{1}{100}} = 4.95 \text{ cm/s}$$

$$\frac{u_* k_s}{\nu} = \frac{4.95 \times 0.10}{0.0101} = 49.0$$

$4 < u_*/\nu < 70$ より粗滑遷移領域である。したがって，コールブルックの式を用いる。すなわち，

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=1.74-2.0\log\left(\frac{2k_s}{D}+\frac{18.7}{R_e\sqrt{f}}\right)$$

より， $R_e\sqrt{f}=\dfrac{\sqrt{8}u_*D}{\nu}=\dfrac{\sqrt{8}\times 4.95\times 10.0}{0.0101}=13862$ となるので,

$$\frac{1}{\sqrt{f}}=1.74-2.0\log\left(\frac{2\times 0.10}{10}+\frac{18.7}{13862}\right)=1.74-(-3.34)=5.08$$

$$\therefore\quad U=\sqrt{\frac{8}{f}}u_*=\sqrt{8}\times 5.08\times 4.95=71.1\,\mathrm{cm/s}$$

$$\therefore\quad Q=A\cdot U=\frac{\pi\times 10.0^2}{4}\times 71.1=5584\,\mathrm{cm^3/s}=5.58\ \mathrm{L/s}$$

4-2-B2

（1）

$$U=\frac{Q}{A}=\frac{12000}{\frac{\pi}{4}\times 10^2}=152.8\ \mathrm{cm/s}$$

$$R_e=\frac{UD}{\nu}=\frac{152.8\times 10}{0.0131}=116{,}600=1.17\times 10^5$$

（2）

図 4-15 のムーディー線図より，滑らかな管の線について，R_e=1.17×10^5 に対する f の値を読み取ると,

f=0.017

が得られる。

（3）

$$h_L=f\frac{L}{D}\frac{U^2}{2g}=0.017\times\frac{100\times 100}{10}\times\frac{153^2}{2\times 980}=203\,\mathrm{cm}=2.03\mathrm{m}$$

（4）

$$\frac{h_L}{L}=f\frac{1}{D}\frac{U^2}{2g}\quad より\quad f=\frac{h_L}{L}D\frac{2g}{U^2}=0.03\times 10.0\times\frac{2\times 980}{153^2}=0.0251$$

または

$\sqrt{\dfrac{8}{f}}=\dfrac{U}{u_*}$ より $f=\dfrac{8}{(U/u_*)^2}$， $u_*=\sqrt{gRI}=\sqrt{g\dfrac{D}{4}\dfrac{h_L}{L}}=\sqrt{980\times\dfrac{10.0}{4}\times 0.03}=8.57$ だから,

$$f=\frac{8}{(153/8.57)^2}=0.0251$$

4-2-B3

まず, この管の壁面の粗滑を判定する。動水勾配 $I=H/L$=3/300=0.01, 径深 $R=D/4$=0.075m より, 摩擦速度は

$$u_*=\sqrt{gRI}=\sqrt{9.8\times 0.075\times 0.01}=0.0857\,\mathrm{m/s}$$

$$\frac{u_* k_s}{\nu} = \frac{8.57 \times 0.30}{0.010} = 257 > 70$$ より，この管は完全粗面である。

※別解（壁面の粗滑）

粘性底層の厚さは式 4-19 より，$\delta_L = 11.6 \frac{\nu}{u_*} = 11.6 \times \frac{0.010}{8.57} = 0.0135$ cm=0.135 mm

したがって，$\delta_L < k_s$ よりこの管は粗面である。

この管の壁面は(完全)粗面であるから，式 4-48 より

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log \frac{D}{2k_s} + 1.74 = 2.0 \times \log \frac{30}{2 \times 0.30} + 1.74 = 5.14$$ となるので，摩擦損失係数 $f = 0.038$

が得られる。

水位差 H は損失水頭に相当し，平均流速は式 4-42（ダルシーーワイズバッハの式）より

$$U = \sqrt{H \frac{2g}{f \frac{L}{D}}} = \sqrt{3 \times \frac{2 \times 9.8}{0.038 \times \frac{300}{0.30}}} = 1.24 \text{ m/s}$$

最大流速は式 4-24 の第 3 式より，$y=D/2$ として

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = 5.75 \log \frac{D/2}{k_s} + 8.5 = 5.75 \times \log \frac{15}{0.30} + 8.5 = 18.3$$

$$\therefore u_{\max} = 18.3 u_* = 18.3 \times 0.0857 = 1.57 \text{ m/s}$$

※別解（最大流速）

乱流の平均流速と最大流速には次の関係がある。

$$u_{\max} = U + 3.75 u_*$$

この式を用いると，u_{max}=1.56 m/s が得られる。

＊確認（摩擦損失係数）

$$R_e = \frac{UD}{\nu} = \frac{124 \times 30}{0.010} = 3.72 \times 10^5$$

ムーディー線図からこの R_e に対する損失係数 f を読み取ると $f = 0.038$ が得られる。

４－３

予習

１．

運動量＝$\rho Q(U_2\text{-}U_1)$

外力＝$W\sin\theta$

圧力＝$p_1A_1\text{-}p_2A_2$

運動量方程式

$$\rho Q(U_2-U_1)=(p_1A_1-p_2A_2)-W\sin\theta$$

２． ①摩擦損失，②形状損失，③摩擦損失係数，④ダルシーーワイスバッハの式

演習問題　A

4-3-A1

(a)　点 A の急拡損失水頭 h_{Lse}

急拡前後の管の断面積は

$$A_1=\frac{\pi D_1^2}{4}=\frac{\pi\times0.30^2}{4}=0.0707\ \mathrm{m^2},\quad A_2=\frac{\pi D_2^2}{4}=\frac{\pi\times0.50^2}{4}=0.196\ \mathrm{m^2}$$

である。また，連続式より，

$$U_1=\frac{Q}{A_1}=\frac{0.10}{0.0707}=1.41\ \mathrm{m/s}$$

となる。さらに，急拡損失係数は式 4-72 より，

$$K_{se}=\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2=\left(1-\frac{0.0707}{0.196}\right)^2=0.41$$

である。したがって，急拡損失水頭は式 4-71 より，

$$h_{Lse}=K_{se}\frac{U_1^2}{2g}=0.41\times\frac{1.41^2}{2\times9.8}=0.0416\ \mathrm{m}$$

となる。

点 B の急縮損失水頭 h_{Lsc}

急縮後の管の断面積は

$$A_3=\frac{\pi D_3^2}{4}=\frac{\pi\times0.2^2}{4}=0.0314\ \mathrm{m^2}$$

である。また，流速は

$$U_3=\frac{Q}{A_3}=\frac{0.10}{0.031}=3.23\ \mathrm{m/s}$$

となる。さらに，A_3/A_2=0.160 であるから，表 4-5 より $K_{sc}\cong0.39$ が得られる。したがって，点 B における急縮損失水頭は式 4-78 より，

$$h_{Lsc}=K_{sc}\frac{U_3^2}{2g}=0.39\times\frac{3.23^2}{2\times9.8}=0.208\ \mathrm{m}$$

となる。

(b)　点 C の漸拡損失水頭 h_{Lge}

漸拡前の管内流速は

$$U_4=\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}=\frac{0.10}{\frac{\pi\times0.2^2}{4}}=3.18\ \mathrm{m/s}$$

D_5/D_4=1.5，θ=40°より，図 4-20 から K_{ge}=0.91 と求められる。また，

$$K_{se}=\left(1-\frac{A_4}{A_5}\right)^2=\left\{1-\left(\frac{D_4}{D_5}\right)^2\right\}^2=\left\{1-\left(\frac{0.2}{0.3}\right)^2\right\}^2=0.31$$

となる。したがって，

$$h_{Lge}=K_{ge}K_{se}\frac{U_4^2}{2g}=0.91\times 0.31\times\frac{3.18^2}{2\times 9.8}=0.146\ \mathrm{m}$$

(c)　<u>点 D の入口損失水頭 h_{Le}</u>

　管内の流速は

$$U=\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}=\frac{0.20}{\frac{\pi\times 0.3^2}{4}}=2.83\,\mathrm{m/s}$$

　入口の形状は角端なので，その損失係数は表 4-6 より K_e=0.5 である。したがって，入り口の損失水頭は式 4-80 より

$$h_{Le}=K_e\frac{U^2}{2g}=0.5\times\frac{2.83^2}{2\times 9.8}=0.204\,\mathrm{m}$$

　<u>点 E の出口損失水頭 h_{Lo}</u>

　出口の損失水頭は式 4-73 より K_o=1 であるから，

$$h_{Lo}=K_o\frac{U^2}{2g}=1\times\frac{2.83^2}{2\times 9.8}=0.409\ \mathrm{m}$$

(d)　<u>点 F の曲がり（θ＝90°）による損失水頭 h_{Lb}</u>

　管の断面積および流速は

$$A=\frac{\pi D^2}{4}=\frac{\pi\times 0.3^2}{4}=0.0707\ (\mathrm{m}^2),\quad U=\frac{Q}{A}=\frac{0.20}{0.0707}=2.83\,\mathrm{m/s}$$

となる。管の曲がりによる損失係数は，式 4-82 における K_{b1} および K_{b2} が式 4-83(a,b)よりそれぞれ次のように求められる。

$$K_{b1}=0.131+0.1632\left(\frac{D}{R_c}\right)^{7/2}=0.131+0.1632\times\left(\frac{0.3}{3.0}\right)^{7/2}=0.131$$

$$K_{b2}=\left(\frac{\theta^\circ}{90^\circ}\right)^{1/2}=\left(\frac{90^\circ}{90^\circ}\right)^{1/2}=1.0$$

　$\therefore K_b=K_{b1}K_{b2}=0.131\times 1.0=0.131$

よって，点 C における曲がりによる損失水頭は式 4-82 より

$$h_{Lb}=K_b\frac{U^2}{2g}=0.131\times\frac{2.83^2}{2\times 9.8}=0.0535\,\mathrm{m}$$

　<u>点 G の曲がり（θ＝60°）による損失水頭 h_{Lb}</u>

　中心角 60°の曲がりによる損失係数は次のようになる。

$$K_{b1}=0.131+0.1632\left(\frac{D}{R_c}\right)^{7/2}=0.131+0.1632\times\left(\frac{0.3}{3.0}\right)^{7/2}=0.131$$

$$K_{b2}=\left(\frac{\theta^\circ}{90^\circ}\right)^{1/2}=\left(\frac{45^\circ}{90^\circ}\right)^{1/2}=0.707$$

$\therefore K_b = K_{b1}K_{b2}$=0.131×0.707=0.093

よって，点 D における曲がりによる損失水頭は次のようになる。

$$h_{Lb}=K_b\frac{U^2}{2g}=0.093\times\frac{2.83^2}{2\times 9.8}=0.0380\,\mathrm{m}$$

4-3-A2

表 4−7 より，バタフライバルブで θ=30°に対する損失係数は K_v=3.91

また，$U=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}=\frac{0.04}{\frac{\pi\times 0.2^2}{4}}=1.27\,\mathrm{m/s}$

となるので，式 4-86 より

$$H_{Lv}=K_v\frac{U^2}{2g}=3.91\times\frac{1.27^2}{2\times 9.8}=0.322\,\mathrm{m}$$

4-3-A3

(1)　平均流速は

$$U=\frac{Q}{A}=\frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}}=\frac{0.04}{\frac{\pi\times 0.2^2}{4}}=1.27\,\mathrm{m/s}$$

となるので，速度水頭は

$$\frac{U^2}{2g}=\frac{1.27^2}{2\times 9.8}=0.0823\,\mathrm{m}$$

(2)　<u>A 点：入口損失</u>

表 4-6 より入口損失係数 K_e=0.5 だから，

$$h_{Le}=K_e\frac{U^2}{2g}=0.5\times 0.0823=0.0412\,\mathrm{m}$$

<u>B 点：曲がりによる損失</u>

R_c/D=1.0/0.2=5 より，図 4-22(a)のアンダーソンーストラゥブの調整値から K_{b1}=0.08 が得られ，θ_1=45°より，図 4-22(b)のアンダーソンーストラゥブの調整値から K_{b2}=0.68 が得られる。したがって，

$$h_{Lb}=K_{b1}K_{b2}\frac{U^2}{2g}=0.08\times 0.68\times 0.0823=0.00448\,\mathrm{m}$$

<u>C 点：屈折による損失</u>

θ_1=45°より，式 4-85 から

$$K_{be}=0.946\sin^2\frac{\theta}{2}+2.05\sin^4\frac{\theta}{2}=0.946\times\sin^2\frac{45^\circ}{2}+2.05\sin^4\frac{45^\circ}{2}=0.183$$

となるので，

$$h_{Lbe}=K_{be}\frac{U^2}{2g}=0.183\times 0.0823=0.0151\,\mathrm{m}$$

<u>D 点：コックによる損失</u>

表 4-7 より，コックの開度θ_2=20°に対する損失係数はK_v=1.56
したがって，

$$h_{Lv} = K_v \frac{U^2}{2g} = 1.56 \times 0.0823 = 0.128 \text{ m}$$

E 点：出口損失

出口での損失はこれを無視することも可能である。したがって，式 4-73 より

$$h_{Lo} = K_o \frac{U^2}{2g} = 1 \times 0.0823 = 0.0823 \text{ m}$$

(3)　マニングの粗度係数 n=0.012 より，式 4-57 から

$$f = \frac{12.7gn^2}{D^{1/3}} = \frac{12.7 \times 9.8 \times 0.012^2}{0.2^{1/3}} = 0.0306$$

また，全管長は L=L_1+L_2+L_3+L_4+$L5$=8.3m だから，摩擦損失水頭は式 4-42 より

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g} = 0.0306 \times \frac{8.3}{0.2} \times 0.0823 = 0.105 \text{ m}$$

(4)　両水槽の水面差 H は全ての損失水頭の合計に等しい。したがって，

H=h_{Le}+h_{Lb}+h_{Lbe}+h_{Lv}+h_{Lo}+h_L

=0.0412+0.00448+0.0151+0.128+0.0823+0.105

=0.376 m

演習問題　B

4-3-B1

（１）A_1→A の急拡に対する損失水頭

$$h_{Lse1} = \left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A}\right)^2 \frac{Q^2}{2g} \qquad ①$$

A→A_2 の急拡に対する損失水頭

$$h_{Lse2} = \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{A_2}\right)^2 \frac{Q^2}{2g} \qquad ②$$

①，②より，合計の損失水頭は

$$h_{Lse} = h_{Lse1} + h_{Lse2} = \left\{\left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A}\right)^2 + \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{A_2}\right)^2\right\} \frac{Q^2}{2g}$$

（２）損失水頭を最小にする条件は$\dfrac{dh_{Lse}}{dA} = 0$

したがって，

$$\frac{d}{dA}\left[\left\{\left(\frac{1}{A_1} - \frac{1}{A}\right)^2 + \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{A_2}\right)^2\right\} \frac{Q^2}{2g}\right] = 0$$

$$\therefore \frac{d}{dA}\left(\frac{1}{A_1^2}-\frac{2}{A_1 A}+\frac{1}{A^2}+\frac{1}{A^2}-\frac{2}{AA_2}+\frac{1}{A_2^2}\right)=0$$

$$\therefore -\frac{2}{A_1}\left(-\frac{1}{A^2}\right)-\frac{2}{A^3}-\frac{2}{A^3}-\left(-\frac{1}{A^2}\right)\frac{2}{A_2}=0$$

$$\frac{2}{A_1 A^2}-\frac{4}{A^3}+\frac{2}{A^2 A_2}=0$$

両辺に $A^2/2$ を乗じる。

$$\therefore \frac{1}{A_1}-\frac{2}{A}+\frac{1}{A_2}=0$$

上式より，求める断面積は

$$A=\frac{2}{\dfrac{1}{A_1}+\dfrac{1}{A_2}}$$

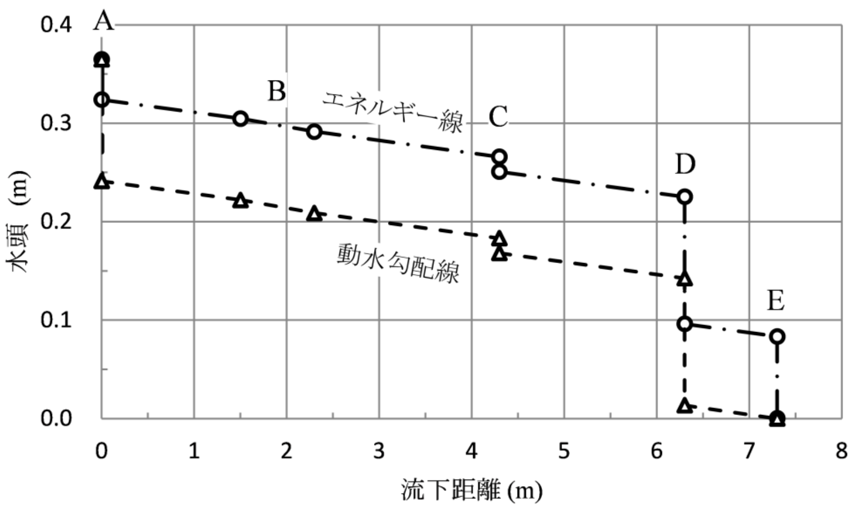
となる。

4-3-B2

演習問題 4-3-A3 の計算結果より，以下の表を作成する。なお，管の曲がり部では形状損失に加え摩擦損失も発生しているので，これらを分けて記載した。

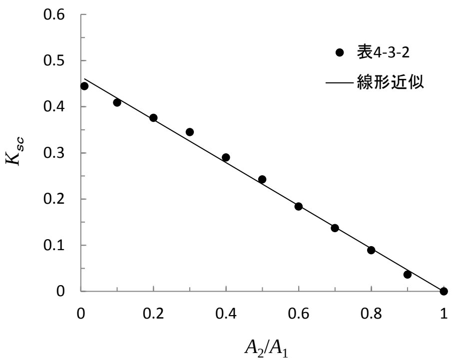
点, 区間	A		L1	B		L2	L3	C		L4	D		L5	E	
点の前後	前	後		前	後			前	後		前	後		前	後
損失水頭 (m)	0.041		0.019	0.003		0.010	0.026	0.015		0.026	0.129		0.013	0.083	
全水頭 (m)	0.365	0.324		0.305	0.302	0.292		0.266	0.251		0.225	0.096		0.083	0.000
速度水頭 (m)	0.000	0.083		0.083	0.083	0.083		0.083	0.083		0.083	0.083		0.083	0.000
ピエゾ水頭 (m)	0.365	0.241		0.222	0.219	0.209		0.183	0.168		0.143	0.014		0.000	0.000

上の表に基づいてエネルギー線と動水勾配線を描くと下図のようになる。



4-3-B3

(1) 表 4-5 から K_{sc} と A_2/A_1 の関係を図示すると次のようになる。



最小二乗法で近似式を求めると，次式が得られる（図中)。

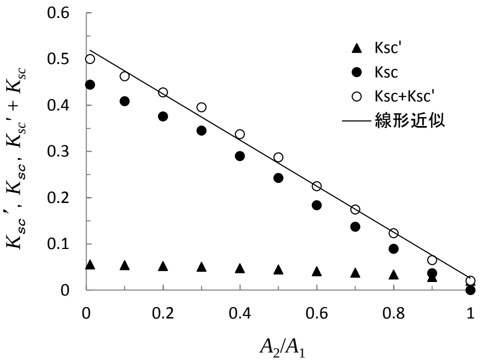
$$K_{sc} = 0.46\left(1 - \frac{A_2}{A_1}\right)$$

また，$A_2/A_1 = (D_2/D_1)^2$ だから，次のようになる。

$$K_{sc} = 0.46\left\{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\right\}$$

(2)

図示した結果は次のようになる。



（1）と同様にして，$K'_{sc} + K_{sc}$ と A_2/A_1 の関係の近似式を求めると，次式が得られる（図中)。

$$K'_{sc} + K_{sc} = 0.52\left(1 - 0.95\frac{A_2}{A_1}\right)$$

また，$A_2/A_1 = (D_2/D_1)^2$ より

$$K'_{sc} + K_{sc} = 0.52\left\{1 - 0.95\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2\right\}$$