工業力学　第１０章
演習問題Ａの解答

10-A1　質量 1000kg の自動車が時速 100 ㎞で走行しているとき，この自動車の有する運動エネルギーを求めよ。
解）運動エネルギーKは，
　　$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\times 1000\times(\frac{100\times 1000}{60\times 60})^2\cong 385802.5$ J ≅ 385.8 kJ　となる。

10-A2　天井から長さ 35cm の糸でおもりをつるし，糸が鉛直と 60°の位置までおもりを引き上げ放した。おもりが最下点に達するときの速度を求めよ。
解）糸の長さをlとすると，力学的エネルギー保存の法則より，
　　$\frac{1}{2}mv^2=mgh=mgl(1-\cos\theta)$　であるから
　　$v=\sqrt{2gl(1-\cos\theta)}=\sqrt{2\times 9.8\times 0.35\times(1-\cos 60^\circ)}=1.852\cong 1.9$ m/s　となる。

10-A3　2kN の荷重を受けて 180rpm で回転している軸を，直径 50 ㎜のラジアル軸受で支えている。軸受部の動摩擦係数が μ_k=0.015 であるとき，摩擦により損失する動力を求めよ。
解）動摩擦力をF_dとすると，
　　$F_d=\mu_k R=0.015\times 2000=30$ N　である。動摩擦力の作用部分における軸の速度vは，
　　$v=(50\times 10^{-3}/2)\times\frac{2\pi\times 180}{60}\cong 0.471$ m/s である。
よって，摩擦により損失する動力Hは，
　　$H=F_d v=30\times 0.471\cong 14.1$ W　となる。
別解）動摩擦トルクをN_dとすると，
　　$N_d=\mu_k R\times 50\times 10^{-3}/2=30.0\times 0.025=0.75$ Nm　である。軸の角速度ωは，
　　$\omega=\frac{2\pi\times 180}{60}=6\pi$ rad/s である。
よって，摩擦により損失する動力Hは，
　　$H=N_d\omega=0.75\times 6\pi\cong 14.1$ W　となる。

10-A4　いま，7kg の物体が 10m/s の速度で運動している。この物体の速度を 30m/s の速度まで上げるための仕事は，どれくらいか求めよ。
解）運動エネルギーの差が仕事Wとなるので，
　　$W=\frac{7}{2}(30^2-10^2)=2800$ J =2.8 kJ　となる。

10-A5　いま，建物の屋上にある地上 30m のタンクに，水 27m^{3}を汲み上げる。このために必要な仕事は，どれくらいか求めよ。ただし，水は 1L＝1000cm^{3}が，1kg である。
解）水 27m^{3}の質量mは，m=27×(10^2)^3/1000×1=27000 kg である。
　位置エネルギーの増加分が，必要な仕事Wになるので，
　　　$W=mgh=27000\times 9.8\times 30$ =7938000J = 7.9×10^6 J= 7.9×10^3 kJ　となる。

演習問題Ｂの解答

10-B1　図アのように半径 r[m]の円形レールをもつ玩具で，質量 m[kg]のミニチュアカーを走らせて円形レールの頂点で落下することなく 1 回転させるためには，スタート地点の高さh[m]をいくら以上とすればよいか求めよ。

解）ミニチュアカーがレールの頂点で落下しないための条件は，頂点において重力 mg より遠心力 $F=mv^2/r$ が大きいことである。これより，$mv^2/r \geqq mg$　と表され，次式を得る。

$v^2 \geq gr$　　①

スタート地点と頂点との間で，力学的エネルギー保存の法則より，次式が成り立つ。

$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h-2r)$　　②

よって，式②より　$v^2 = 2g(h-2r)$ となる。h が満たすべき条件は，式①に代入して，

$h \geq \frac{5r}{2}$

となる。

10-B2　図イのように表面が滑らかな半径 r[m]の円筒の頂点に質量 m[kg]の質点をのせて，初速度が限りなくゼロに近い状態で滑らせる。質点が円筒の表面から離れるときの高さ h[m]を求めよ。ただし，重力加速度を g[m/s^2]とする。

解）円筒の半径を r，質点の速度を v[m/s]とすると，力学的エネルギー保存の法則より次式が成り立つ。

$mgr(1-\cos\theta) = \frac{mv^2}{2}$　　①

重力の法線成分 $mg\cos\theta$ が遠心力 mv^2/r と等しくなる位置を過ぎると，質点が円筒から離れるので，その条件は，

$mg\cos\theta = mv^2/r$　　②

となる。式①，②より

$2(1-\cos\theta) = \cos\theta$

となり，条件を満たす角度 $\theta = \cos^{-1}(\frac{2}{3}) \cong 0.84rad \cong 48.2°$ を得る。よって，高さ h は，

$h = r + r\cos 48.2° = r + r \times \frac{2}{3} = \frac{5}{3}r$　　となる。

10-B3　図ウのように長さが $2l$[m]の振り子を水平の位置で静止させてから静かに落下させる。支点の下方 l[m]のところには釘が打ってある。糸が釘にかかった後は半径 l[m]の円運動を行うものとする。このとき，糸が水平になる瞬間の角速度[rad/s]を求めよ。ただし，重力加速度を g[m/s^2]とする。

解）力学的エネルギー保存の法則から，位置エネルギーの減少量が運動エネルギーの増加に等しい。これをもとに，各点での速さを求め，そのときの速さを円運動の半径で割れば角速度 ω [rad/s]が得られる。

糸が水平になる瞬間での最初の位置に対する位置エネルギーの減少は，mgl である。よって，速さは $v = \sqrt{2gl}$ m/s である。半径 l で割って，$\omega = \sqrt{\frac{2g}{l}}$ rad/s となる。

10-B4　図エのようにばね定数[N/m]が k_1，k_2 である 2 つのばねにつながれて水平方向に移動できるようになった質点 m[kg]がある。m がつり合いの位置から右方向に x[m]だけ変位させたときの位置エネルギーU[J]を求めよ。

解）質点の右側のばねは x だけ縮み，左側のばねは x だけ伸びる。ばねはそれぞれ，位置エネルギー $\frac{1}{2}k_1x^2$ および $\frac{1}{2}k_2x^2$ を得る。全位置エネルギーU は，これらの和であるので，

$U = \frac{1}{2}(k_1+k_2)x^2$

となる。