11A-1

式 11－2 において， $m = 4\ \mathrm{kg}, v' = 0, v = 3\ \mathrm{m/s}, t = 0.01\ \mathrm{s}$ だから，

$$F = \frac{1}{0.01}(4\times 0 - 4\times 3) = -1200\ \mathrm{N}$$

したがって，運動と反対方向に 1.2 kN の力を作用させればよい。

11A-2

式 11－2 において， $v' = 0, v = 40\ \mathrm{km/h} = 11.11\ \mathrm{m/s}, F = -0.2mg$ だから，

$$t = \frac{mv' - mv}{F} = \frac{m(0 - 11.11)}{-0.2mg} = \frac{11.11}{0.2\times 9.8} = 5.67\ \mathrm{s}$$

11A-3

式 11－8 と 11－9 において， $m_1 = 5\ \mathrm{kg}, v_1 = 5\ \mathrm{m/s}, m_2 = 3\ \mathrm{kg}, v_2 = -3\ \mathrm{m/s}, e = 0.65$ だから，

$5v_1' + 3v_2' = 5\times 5 + 3\times(-3) = 16$　　　(1)

$-v_1' + v_2' = 0.65\times\{5-(-3)\} = 5.2$　　　(2)

となり，式(1)と(2)から v_2' を消去すると，$8v_1' = 0.4 \quad \therefore v_1' = 0.05\ \mathrm{m/s}$ となる。また，式(2)より，

$v_2' = 5.2 + v_1' \quad \therefore v_2' = 5.25\ \mathrm{m/s}$ となる。

式 11－10 より，運動エネルギーの損失量は次のように求められる。

$$\Delta K = \frac{1}{2}(5\times 5^2 + 3\times 3^2) - \frac{1}{2}(5\times 0.05^2 + 3\times 5.25^2) = 34.65\ \mathrm{J}$$

11A-4

式 11－8 と 11－9 において， $v_1' = 0, v_2 = 0, e = 0.5$ だから，

$m_1 v_1 = m_2 v_2', \quad v_2' = 0.5 v_1$

したがって，次のようになる.

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2'}{v_1} = \frac{0.5v_1}{v_1} = 0.5$$

11A-5

まず，衝突前の各々の速度成分は，次のようになる。

$v_{1x}=15\cos 45°=10.61,\quad v_{1y}=15\sin 45°=10.61$

$v_{2x}=-6\cos 30°=-5.20,\quad v_{2y}=-6\sin 30°=-3.00$

次に，衝突後の速度の y 方向成分は，それぞれ次のように与えられる。

$v'_{1y}=v_{1y}=10.61\ \mathrm{m/s},\quad v'_{2y}=v_{2y}=-3.00\ \mathrm{m/s}$

さらに，衝突後の速度の x 方向成分は，向心衝突の式 11－8 と式 11－9 より，それぞれ次の連立方程式を解くことによって得られる。

$20v'_{1x}+15v'_{2x}=20\times 10.61+15\times(-5.20)=134.2$ (1)

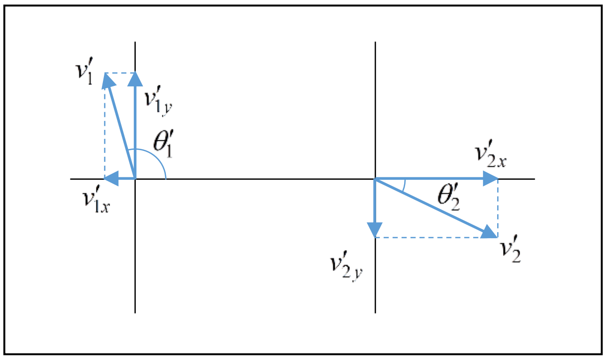
$-v'_{1x}+v'_{2x}=0.8\times\{10.61-(-5.20)\}=12.65$ (2)

式(1)と(2)から v'_{2x} を消去すると， $35v'_{1x}=-55.55\quad\therefore v'_{1x}=-1.59\ \mathrm{m/s}$ となる。また，式(2)より， $v'_{2x}=12.65+v'_1\quad\therefore v'_{2x}=11.06\ \mathrm{m/s}$ となる。

以上より，衝突後の速度の大きさと方向は，それぞれ次のようになる。

$v'_1=\sqrt{(-1.59)^2+10.61^2}=10.73\ \mathrm{m/s},\quad \theta'_1=180°-\tan^{-1}(10.61/1.59)=98.52°$

$v'_2=\sqrt{11.06^2+(-3.00)^2}=11.46\ \mathrm{m/s},\quad \theta'_2=-\tan^{-1}(3.00/11.06)=-15.18°$



11Ｂ-1

式 11－5 において，$t_1 = 0, t_2 = t$, $v_1 = v, v_2 = 0$ とおき，抵抗力だから $-F$ となるから，

$$-\int_0^t (3t+3)dt = -mv \quad \therefore mv - \int_0^t (3t+3)dt = 0$$

したがって，

$$mv - \left(\frac{3}{2}t^2 + 3t\right) = 0 \quad \therefore 3t^2 + 6t - 2mv = 0$$

２次方程式の根の公式より，

$$t = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 24mv}}{6}$$

－は不適だから，はたらかせる時間は次のようになる。

$$t = \sqrt{1 + \frac{2}{3}mv} - 1$$

11Ｂ-2

１回目にはね上がる高さを h_1，それ以降を $h_2, h_3, \cdots$ と表すと，最初に落下してから静止するまでに動く距離 S は次のようになる。

$$S = h + 2(h_1 + h_2 + h_3 + \cdots)$$

ここで， $h_1 = e^2 h, h_2 = e^2 h_1 = e^4 h, h_3 = e^2 h_2 = e^6 h, \cdots$ であるから，

$$S = h + 2h(e^2 + e^4 + e^6 + \cdots)$$

となる．さらに，上式の右辺第２項の（）の和を S' とすると，

$$S' = e^2 + e^4 + e^6 + \cdots$$

$$e^2 S' = e^4 + e^6 + e^8 + \cdots$$

であり，上の２式の辺々を引いて整理すると次のようになる。

$$S' = \frac{e^2}{1 - e^2}$$

したがって，距離 S は次のようになる。

$$S = \left(1 + \frac{2e^2}{1 - e^2}\right)h = \frac{1 + e^2}{1 - e^2}h$$

11Ｂ-3

(1)

衝突直前の質量m_1のおもりの速度は$v_1=\sqrt{2gh}$である。２つのおもりが一体となったものの速度をv'とすると，運動量保存の法則により，

$$(m_1+m_2)v'=m_1v_1=m_1\sqrt{2gh}$$

となるから，

$$v'=\frac{m_1}{m_1+m_2}\sqrt{2gh}$$

であり，一体となったおもりが上がる高さは次のように与えられる。

$$h_1=h_2=\frac{v'^2}{2g}=\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 h$$

(2)

この場合の運動量保存の法則とエネルギー保存の法則は次のようになる。

$$m_1v_1'+m_2v_2'=m_1v_1=m_1\sqrt{2gh} \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2=m_1gh \qquad (2)$$

式(1)より，$v_2'=(m_1/m_2)(\sqrt{2gh}-v_1')$となり，これを式(2)に代入すると，

$$\frac{m_1+m_2}{m_2}v_1'^2-2\frac{m_1}{m_2}\sqrt{2gh}v_1'+2\frac{m_1-m_2}{m_2}gh=0$$

となるから，２次方程式の根の公式を用いると次のようになる。

$$v_1'=\frac{2\frac{m_1}{m_2}\sqrt{2gh}\pm\sqrt{4\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 2gh-4\frac{m_1+m_2}{m_2}2\frac{m_1-m_2}{m_2}gh}}{2\frac{m_1+m_2}{m_2}}=\frac{\frac{m_1}{m_2}\sqrt{2gh}\pm\sqrt{2\left\{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2-\frac{m_1^2-m_2^2}{m_2^2}\right\}gh}}{\frac{m_1+m_2}{m_2}}$$

$$=\frac{\frac{m_1}{m_2}\sqrt{2gh}\pm\frac{m_2}{m_2}\sqrt{2gh}}{\frac{m_1+m_2}{m_2}}=\frac{m_1\pm m_2}{m_1+m_2}\sqrt{2gh}$$

ここで，＋の場合は$v_1'=\sqrt{2gh}=v_1$だから，不適となる．したがって，各々の衝突後の速度は

次のようになる。

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh},\quad v_2' = \frac{m_1}{m_2}(\sqrt{2gh} - v_1') = \frac{m_1}{m_2}\left(1 - \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)\sqrt{2gh} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh}$$

したがって，各々のおもりが上がる高さは次のように与えられる。

$$h_1 = \frac{v_1'^2}{2g} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 h,\quad h_2 = \frac{v_2'^2}{2g} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 h$$