式 11－10 の右辺第２項に側注＊5 の式を代入し，式 11－11 を導く．

$$\Delta K = K - K' = \left(\frac{1}{2}m_1{v_1}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_2}^2\right) - \left(\frac{1}{2}m_1{v_1'}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_2'}^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(m_1{v_1}^2 + m_2{v_2}^2\right) - \frac{1}{2}\left\{m_1{v_1}^2 - 2\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}v_1(1+e)(v_1-v_2) + \frac{m_1{m_2}^2}{(m_1+m_2)^2}(1+e)^2(v_1-v_2)^2\right\}$$

$$-\frac{1}{2}\left\{m_2{v_2}^2 + 2\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}v_2(1+e)(v_1-v_2) + \frac{{m_1}^2m_2}{(m_1+m_2)^2}(1+e)^2(v_1-v_2)^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left\{2\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(1+e)(v_1-v_2)^2 - \frac{m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}(m_1+m_2)(1+e)^2(v_1-v_2)^2\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}\left\{2(1+e)-(1+e)^2\right\}(v_1-v_2)^2\right] = \frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}(1-e^2)(v_1-v_2)^2$$