14-A1

回転の運動方程式とモーメントを題意から求める

$$\mathrm{N} = \mathrm{I}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{dt}} \quad (1)$$

$$\mathrm{N} = \mathrm{RF}\ (2)$$

式を連立して解くと

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{dt}} = \frac{RF}{I}$$

R,R,I とも定数なので

$$\omega(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{RF}}{\mathrm{I}}t$$

14-A2

ヨーヨーにかかる力は重心に mg、糸とヨーヨーとの接触点で張力 T（未知）がかかる。
このとき、併進の運動方程式はした向きを正とすると

$$\mathrm{mg} - \mathrm{T} = \mathrm{m}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} \quad （1）$$

一方で、回転の運動方程式は時計回りを正とすると

$\frac{\mathrm{Td}}{2} = I\frac{d\omega}{dt}$（２）

ヨーヨーは滑らないので、

$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{d}}{2}\omega$（３）

（１）に、（２）、（３）を代入して T を消すと

$$\mathrm{mg} - \frac{4\mathrm{I}}{\mathrm{d}^2}\frac{dv}{dt} = \mathrm{m}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}$$

$$\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{m} + \frac{4\mathrm{I}}{\mathrm{d}^2}}$$

一定加速度で高さ h 落ちるので、

$$\mathrm{v} = \sqrt{2\mathrm{ah}} = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{4I}{d^2}}}$$

$$\omega = \frac{2\mathrm{v}}{\mathrm{d}} = \sqrt{\frac{8mgh}{md^2 + 4I}}$$

14-A3

円盤の持つエネルギーは

回転$\frac{1}{2}I\omega^2$併進$\frac{1}{2}mv^2$転がりなので、$\omega = \frac{2\mathrm{v}}{\mathrm{d}}$ よって、総計で運動エネルギーは

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4I}{d^2}+m\right)v^2$$

一方で運動エネルギーが 0 となる高さを h とするので、

$$\mathrm{mgh} = \frac{1}{2}\left(\frac{4I}{d^2}+m\right)v^2$$

$$\mathrm{h} = \frac{\mathrm{v}^2}{2mgd^2}(4I+md^2)$$

14-B1

摩擦力をF_{μ}とし、併進の右向き正とし、半時計周りを正とする。

$$\mathrm{v} = -\mathrm{R}\omega \ \ (1)$$

$$\mathrm{F}_{\mu} - F = m\frac{dv}{dt} \ (2)$$

$$\mathrm{RF}_{\mu} - N = I\frac{d\omega}{dt} \ (3)$$

(1)(2)より、

$$\frac{\mathrm{F}-\mathrm{F}_{\mu}}{Rm} = \frac{d\omega}{dt}$$

（３）に代入してまとめると

$$\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{Rm}}F - \frac{I}{Rm}F_{\mu} = RF_{\mu} - N$$

$$\mathrm{F}_{\mu}\left(\frac{I+R^2m}{Rm}\right) = \frac{IF+RNm}{Rm}$$

$$\mathrm{F}_{\mu} = \frac{IF+RNm}{I+R^2m}$$