2A-1

$$\cos^2\theta = 1-\sin^2\theta = 1-\left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1-\frac{4}{9} = \frac{5}{9} \quad \therefore \cos\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$$ （θは第 2 象限の角）

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2/3}{-\sqrt{5}/3} = -\frac{2}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

2A-2

$$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + (1+\cos\theta)^2}{(1+\cos\theta)\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + 1 + 2\cos\theta + \cos^2\theta}{(1+\cos\theta)\sin\theta} = \frac{2(1+\cos\theta)}{(1+\cos\theta)\sin\theta} = \frac{2}{\sin\theta}$$

2A-3

△ABC の面積＝△ABD の面積＋△ACD の面積

$$\frac{1}{2}a\times b\sin(\theta+\phi) = \frac{1}{2}a\sin\theta\times c + \frac{1}{2}b\sin\phi\times c$$

ここで， $c = b\cos\phi, c = a\cos\theta$ だから，次のようになる。

$$ab\sin(\theta+\phi) = a\sin\theta\, b\cos\phi + b\sin\phi\, a\cos\theta = ab\sin\theta\cos\phi + ab\cos\theta\sin\phi$$

$$\therefore \sin(\theta+\phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi$$

2A-4

$$c^2 = d^2 + e^2 = (b\sin C)^2 + (a - b\cos C)^2 = b^2\sin^2 C + a^2 - 2ab\cos C + b^2\cos^2 C$$

$$= a^2 + b^2(\sin^2 C + \cos^2 C) - 2ab\cos C = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

2A-5

力，変位，速度，加速度などのように，大きさ，方向，向きをもつ量をベクトルという。質量，時間，面積，仕事，エネルギーなどように，大きさのみをもつ量をスカラーという。

2A-6

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{(\sqrt{x+\Delta x}-\sqrt{x})(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{x+\Delta x - x}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{\Delta x\to 0}\frac{1}{(\sqrt{x+\Delta x}+\sqrt{x})} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

2A-7

(1)

$$\frac{d}{dx}\{(2x-3)(4x^2+5)\}=2(4x^2+5)+(2x-3)(8x)=8x^2+10+16x^2-24x=24x^2-24x+10$$

(2)

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{x^2}{x-1}\right)=\frac{2x(x-1)-x^2(1)}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-2x-x^2}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$$

(3)

$2x+1=t$ とおくと，次のように求められる。

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{(2x+1)^3}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{t^3}\right)\frac{d}{dx}(2x+3)=-3t^{-4}(2)=-\frac{6}{(2x+3)^4}$$

(4)

$\tan x=t$ とおくと，次のように求められる。

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\tan x}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{t}\right)\frac{d}{dx}(\tan x)=-\frac{1}{t^2}\frac{1}{\cos^2 x}=-\frac{1}{\tan^2 x}\frac{1}{\cos^2 x}=-\frac{1}{\sin^2 x}$$

(5)

$\cos x=t$ とおくと，次のように求められる。

$$\frac{d}{dx}(\log_e|\cos x|)=\frac{d}{dt}(\log_e t)\frac{d}{dx}(\cos x)=\frac{1}{t}(-\sin x)=-\frac{\sin x}{\cos x}=-\tan x$$

2A-8

半径を x とすると，体積は $f(x)=4\pi x^3/3$，表面積は $g(x)=4\pi x^2$ で表すことができる。

体積の増加量は，$df(x)/dx=4\pi x^2$ で $x=3$，$\Delta x=0.01$ として，次のように求められる。

$$f(3.01)-f(3.0)\cong\{df(3.0)/dx\}\Delta x=4\pi\times 3.0^2\times 0.01\cong 1.13\ \mathrm{cm}^3$$

表面積の増加量は，$dg(x)/dx=8\pi x$ で $x=3$，$\Delta x=0.01$ として，次のように求められる。

$$g(3.01)-g(3.0)\cong\{dg(3.0)/dx\}\Delta x=8\pi\times 3.0\times 0.01\cong 0.75\,\mathrm{cm}^2$$

2A-9

(1)

$x^2+1=t$ とおき，両辺の微分をとれば，$2xdx=dt$， $xdx=dt/2$ であるから，次のように求められる。

$$\int x\sqrt{x^2+1}dx=\frac{1}{2}\int\sqrt{t}dt=\frac{1}{2}\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{3}(x^2+1)^{\frac{3}{2}}$$

(2)

$\sin=t$ とおき，両辺の微分をとれば， $\cos xdx=dt$ であるから，次のように求められる。

$$\int\sin^2 x\cos xdx=\int t^2dt=\frac{1}{3}t^3=\frac{1}{3}\sin^3 x$$

(3)

$g(x)=\log_e x,\ dh(x)/dx=x$ とおくと，$dg(x)/x=1/x,\ h(x)=x^2/2$ だから，次のように求められる。

$$\int x\log_e xdx=\log_e x\cdot\frac{x^2}{2}-\int\frac{1}{x}\frac{x^2}{2}dx=\frac{x^2}{2}\log_e x-\frac{x^2}{4}=\frac{x^2}{4}(2\log_e x-1)$$

2A-10

$l=-\dfrac{a-b}{h}y+a$ だから，次のように求められる。

$$A=\int_0^h\left(-\frac{a-b}{h}y+a\right)dy=\left[-\frac{a-b}{2h}y^2+ay\right]_0^h=-\frac{a-b}{2}h+ah=\frac{1}{2}(a+b)h$$

2A-10

$f(x)=a\left(1-\dfrac{x}{h}\right)$ だから，次のように求められる。

$$V=\int_0^h\pi a^2\left(1-\frac{x}{h}\right)^2dx=\pi a^2\int_0^h\left(1-\frac{2x}{h}+\frac{x^2}{h^2}\right)dx=\pi a^2\left[x-\frac{x^2}{h}+\frac{x^3}{3h^2}\right]_0^h=\frac{1}{3}\pi a^2h$$

2Ｂ-1

切り取る正方形の一辺を x とすると，容積は次のように与えられる。

$$f(x)=x(12-2x)^2=4(x^3-12x^2+36x)$$

したがって，

$$\frac{df(x)}{dx}=4(3x^2-24x+36)=12(x^2-8x+12)=12(x-2)(x-6)=0$$ より， $x=2,6$ となる。

ここで，与えられた寸法から 6 は不適であり $x=2$ となる。念のため確認すると，次のようになる。

$$\frac{d^2f(x)}{dx^2}=12(2x-8)=24(x-4),\quad \frac{d^2f(2)}{dx^2}=-48<0 \quad \therefore \text{極大}$$

$$\therefore f(2)=128$$

よって， $x=2$ のとき，容積 $128\ \mathrm{cm}^3$ が最大となる。

2Ｂ-2

図 2－17 と同様に考えると， $dA=2\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}dx$ だから，次のように求められる。

$$A=\int_{-a}^{a}2\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}dx=4\frac{b}{a}\int_0^a\sqrt{a^2-x^2}dx=4\frac{b}{a}a^2\int_0^{\pi/2}\cos^2\theta\,d\theta=4ab\frac{\pi}{4}=\pi ab$$

2Ｂ-3

図 2－19 と同様に考えると， $dV=\pi(a^2-x^2)dx$ だから，次のように求められる。

$$V=\int_0^a\pi(a^2-x^2)dx=\pi\left[a^2x-\frac{x^3}{3}\right]_0^a=\frac{2}{3}\pi a^2$$