

マクローリンの定理は、原点まわりのテイラーの定理を考えたものである。すなわち、テイラーの定理において、 $x \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow x$ とおくと、次のような展開式となる。

$$f(x) = f(0) + \frac{df(0)}{dx} \frac{x}{1!} + \frac{d^2f(0)}{dx^2} \frac{x^2}{2!} + \frac{d^3f(0)}{dx^3} \frac{x^3}{3!} + \cdots + \cdots + \frac{d^n f(0)}{dx^n} \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

以下に、代表的な関数のマクローリン展開式と x の値の範囲を示す。

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \cdots \quad (-\infty < x < \infty)$$

$$\log_e(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \cdots \quad (-1 < x \leq 1)$$

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{2!} x^2 + \frac{m(m-1)(m-2)}{3!} x^3 + \cdots + \frac{m(m-1)(m-2)\cdots(m-n+1)}{n!} x^n + \cdots \quad (-1 < x < 1)$$

工学においては、三角関数について、 x の値が小さい場合には第 1 項のみの近似がよく用いられる。