図２－５において，円周角の定理より $a = 2R\sin A$ だから， $a/\sin A = 2R$ となる．b と c についても同様になるから，正弦定理は次のようになる。

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

また，同図より， $a = b\cos C + c\cos B$ となるから，b と c についても同様に考えて，余弦定理の第１式は次のようになる。

$a = b\cos C + c\cos B$　　　①

$b = c\cos A + a\cos C$　　　②

$c = a\cos B + b\cos A$　　　③

さらに，式①の両辺に a を，式②の両辺に b を，式③の両辺に c をかけて，次のように書き換える。

$a^2 = ab\cos C + ac\cos B$　　　④

$b^2 = bc\cos A + ba\cos C$　　　⑤

$c^2 = ca\cos B + cb\cos A$　　　⑥

式⑤と式⑥の辺々を加えると，次のようになる。

$$b^2 + c^2 = bc\cos A + ba\cos C + ca\cos B + cb\cos A = bc\cos A + a^2 + cb\cos A$$

したがって， $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ となるから， b^2 と c^2 についても同様に考えて，余弦定理の第２式は次のようになる。

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$