

第8章 予習 (p.96) 解答例

1. 速度： $v = t + 3$

加速度： $a = 1$

2. 地面を原点とした物体の高さ方向の位置を x , 自由落下開始時の地面からの高さを h , 重力加速度を g とする.

加速度は, $\frac{d^2x}{dt^2} = -g$ と書き表される.

また, 速度は, $\frac{dx}{dt} = -gt + C_1$, ただし, 初期条件: $t=0$ で $\frac{dx}{dt} = 0$ より, $C_1 = 0$.

さらに, 位置は, $x = -\frac{1}{2}gt^2 + C_2$, ただし, $t=0$ で $x=h$ より, $C_2 = h$.

以上より,

速度： $\frac{dx}{dt} = -9.8t$

位置： $x = -\frac{1}{2}gt^2 + h = -4.9t^2 + 20$

3. 打ち出し角度を θ , 打ち出し速度を v_0 とする. 水平・鉛直方向の速度成分はそれぞれ, $v_0 \cos \theta$, $v_0 \sin \theta$. これらを初速度として, 物体の水平方向位置を x , 鉛直方向位置を y とすると,

水平方向： $x = v_0 \cos \theta \cdot t$

鉛直方向： $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin \theta \cdot t$ (ただし, 地面を原点とし, 鉛直上向きを正とする.)

最大距離到達時には, 鉛直方向高さは $y = 0$ となっているので, そのときの時刻は,

$$t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

この時刻を水平位置の式に代入して,

$$x = v_0 \cos \theta \cdot \frac{2v_0 \sin \theta}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin \theta \cos \theta = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$$

x の値は, $\theta = \frac{\pi}{4}$ ($=45^\circ$) のとき最大となるので, 最大到達距離は, $x_{\max} = \frac{v_0^2}{g} = 255 \text{ m}$.