11 章 演習問題 解答

11-A1 $30 \times 20 \times \cos 0 + m \times 50 \times \cos\theta = 0 \quad \cdots\cdots$ (a)

$30 \times 20 \times \sin 0 + m \times 50 \times \sin\theta = 0 \quad \cdots\cdots$ (b)

式 (b) より $\theta = 0, \pi$　　式 (a) に $\theta = \pi$ を代入して $m = 12$g　($\theta = 0$ のときは $m < 0$ で解なし)

以上より，不つり合い方向と反対方向に 12g の付加質量を与えれば良い．

11-A2 不つり合い P，Q が各々 L 面上の P_L，Q_L と R 面上の P_R，Q_R につり合うと考える．P_L，P_R を P と同方向，Q_L，Q_R を Q と同方向にとる．

$$P + P_L + P_R = 0, \quad Q + Q_L + Q_R = 0, \quad P \cdot \frac{1}{3} l + P_L \cdot \frac{5}{6} l + P_R \cdot l = 0, \quad Q_L \cdot \frac{5}{6} l + Q \cdot \frac{11}{12} l + Q_R \cdot l = 0$$

上式に P=0.5, Q=10 を代入して整理すると以下が得られる．

$P_L = -2$kgmm, P_R=1.5kgmm, Q_L=-5kgmm, Q_R=-5kgmm .

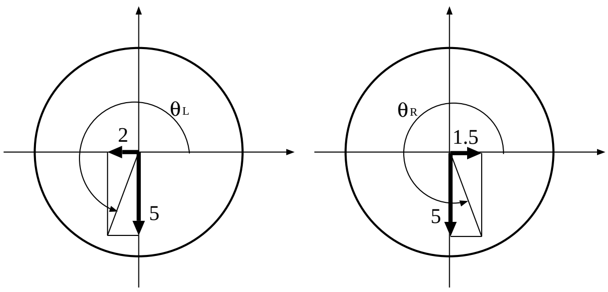

図 1　L 面 (左) と R 面 (右)

L 面より $\sqrt{2^2 + 5^2} = 5.385$kgmm,　$\theta_L = 180° + \tan^{-1}\dfrac{5}{2} = 248.2°$

R 面より $\sqrt{1.5^2 + 5^2} = 5.220$kgmm,　$\theta_R = 270° + \tan^{-1}\dfrac{1.5}{5} = 286.7°$

半径 200mm より，L 面：$\theta_L = 248.2°$ の方向に $m_L = (5.385\times10^3)/200 = 26.9$g, R 面：$\theta_R = 286.7°$ の方向に $m_L = (5.220\times10^3)/200 = 26.1$g を付加すればよい．

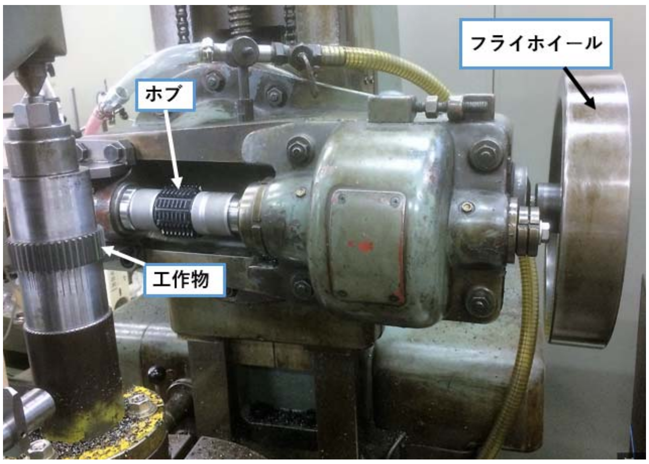

図 2　ホブ盤：フライホイールの慣性モーメントにより，切削抵抗によるホブ回転数の低下を防いでいる．

11-A3 (1) 力のつり合いより $R_A + R_B = P$， 左端からのモーメントのつり合いより $P \cdot a - R_B \cdot L = 0$
よって $R_A = P \cdot b/L,\ R_B = P \cdot a/L$． 片持ちはりの変位 (たわみ量) $\delta = \dfrac{PL^3}{3EI}$， カスティリアノの定理 $\dfrac{\partial U}{\partial P} = \delta$ より，$U = \int \delta dP = \dfrac{L^3}{3EI} \cdot \dfrac{1}{2}P^2$．

図ウの軸を長さ a の片持ちはり AC と長さ b の片持ちはり CB に分けて考える．

$$U_{AC} = \frac{a^3}{3EI} \cdot \frac{1}{2}R_A^2 = \frac{a^3}{3EI} \cdot \frac{1}{2}\frac{P^2b^2}{L^2} = \frac{P^2a^3b^2}{6EIL^2}$$

$$U_{CB} = \frac{b^3}{3EI} \cdot \frac{1}{2}R_B^2 = \frac{b^3}{3EI} \cdot \frac{1}{2}\frac{P^2a^2}{L^2} = \frac{P^2a^2b^3}{6EIL^2}$$

点 C の変位 (たわみ量) $\delta_C = \dfrac{\partial(U_{AB} + U_{CB})}{\partial P} = \dfrac{Pa^3b^2}{3EIL^2} + \dfrac{Pa^2b^3}{3EIL^2} = \dfrac{Pa^2b^2(a+b)}{3EIL^2} = \dfrac{Pa^2b^2}{3EIL}$

フックの法則より $\delta_C = \dfrac{P}{k} = \dfrac{Pa^2b^2}{3EIL}$， $\therefore$ 軸のばね定数 $k = \dfrac{3EIL}{a^2b^2} = \dfrac{3EI(a+b)}{a^2b^2}$.

(2) $I = \dfrac{\pi}{64}d^4$ より

$$k = \frac{3EI(a+b)}{a^2b^2} = \frac{3 \times 206 \times 10^9 \times (\pi/64) \times (38 \times 10^{-3})^4 \times 4}{0.8^2 \times (4 - 0.8)^2} = 38607.6 \text{ N/m}$$

$$\omega_c = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{38607.6}{50}} = 27.79 \text{ rad/s} = 265.4 \text{ rpm}.$$

(3) I が増加するため，k が増加する．したがって危険速度は速くなる．

11-A4 $I\ddot{\theta} + K\theta = T_{r0}\sin\omega t$
$\theta = A\sin\omega t$ と仮定すると $A = \dfrac{T_{r0}}{K - I\omega^2} = \dfrac{T_{r0}/I}{\omega_n^2 - \omega^2}$ よって $\omega = \omega_n$ のとき $A = \infty$ となる．

11-B1 P_1 のとき $k_1 = \dfrac{3EIL}{a^2(L-a)^2} = \dfrac{3 \times 206 \times 10^9 \times (\pi/64) \times (0.08)^4 \times 2}{(0.3)^2(2-0.3)^2} = 9.555 \times 10^6$ N/m ,

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{9.555 \times 10^6}{300/9.8}} = 558.7 \text{ rad/s} \quad (\text{ただし } I = \frac{\pi}{64}d^4)$$

P_2 のとき $k_2 = \dfrac{3EIL}{(a+b)^2\{L-(a+b)\}^2} = 2.536 \times 10^6$ N/m ,

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{2.536 \times 10^6}{200/9.8}} = 352.5 \text{ rad/s}$$

P_3 のとき $k_3 = \dfrac{3EIL}{(a+b+c)^2\{L-(a+b+c)\}^2} = 4.418 \times 10^6$ N/m ,

$$\omega_3 = \sqrt{\frac{k_3}{m_3}} = \sqrt{\frac{4.418 \times 10^6}{100/9.8}} = 658.0 \text{ rad/s}$$

$\dfrac{1}{\omega_c^2} = \dfrac{1}{\omega_1^2} + \dfrac{1}{\omega_2^2} + \dfrac{1}{\omega_3^2}$ より $\omega_c = 271.6$ rad/s $= 2593$ rpm .