3 章

1）*14 について

初期条件として t=0 において，$x = x_0$(>0)，$\dot{x}$=v_0=0 とした場合の質点の応答を求める。この場合，運動の方向は，x の減少する方向であるので，$\dot{x}$<0 の場合の $\mathrm{sgn}(\dot{x}) = -1$ を適用した

$$m\ddot{x} + kx = +F_C \qquad ①$$

が運動方程式となる d を摩擦力 F_c によるばねの変位，　$\omega_n{}^2$＝k/m，d＝F_c/k とすると

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = d\omega_n^2 \qquad ②$$

となる。運動方程式②の一般解は，特解が　$x = d$　であるので，

$$x = C_1 \sin\omega_n t + C_2 \cos\omega_n t + d \qquad ③$$

となる。初期条件をあてはめると，　$C_1 = x_0 - d, C_2 = 0$ と求まるので，

$$x = d + (x_0 - d)\cos\omega_n t \qquad ④$$

となる。式④は，$x = d$ を静的平衡位置として，振幅$(x_0 - d)$の単振動をすることを表している。この状況は，次に速度が$\dot{x}$=0 となる $t = \pi/\omega_n$ まで続く。

時刻$t = \pi/\omega_n$ を過ぎると$\dot{x}$>0 であるから，運動方程式は，次式となる。

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = -d\omega_n^2 \qquad ⑤$$

初期条件は，式④に $t = \pi/\omega_n$ を代入して，$x = 2d - x_0$，　$\dot{x} = 0$ である。式⑤を式③と同様にして解くと，

$$x = D_1 \sin\omega_n t + D_2 \cos\omega_n t - d \qquad ⑥$$

となる。$t = \pi/\omega_n$ において，$x = 2d - x_0$，　$\dot{x} = 0$ であるから，$D_1 = x_0 - 3d, D_2 = 0$ と求まる。これらを式⑥に代入して，

$$x = -d + (x_0 - 3d)\cos\omega_n t \qquad ⑦$$

となる。式⑦は，$x = -d$ を静的平衡位置として，振幅$(x_0 - 3d)$の単振動をすることを表している。この状況は，次に速度が$\dot{x}$=0 となる $t = 2\pi/\omega_n$ まで続く。この後は，$\dot{x}$<0 となるので，運動は運動方程式②で表される。このように計算を順次進めていく（時間的に解を接続する）と，次のように結果が求まる。

$$\left.\begin{array}{ll}
0 \le t \le \frac{\pi}{\omega_n}\text{のとき} & x = d + (x_0 - d)\cos\omega_n t \\[2ex]
\frac{\pi}{\omega_n} \le t \le \frac{2\pi}{\omega_n}\text{のとき} & x = -d + (x_0 - 3d)\cos\omega_n t \\[2ex]
\frac{2\pi}{\omega_n} \le t \le \frac{3\pi}{\omega_n}\text{のとき} & x = d + (x_0 - 5d)\cos\omega_n t \\[2ex]
\frac{3\pi}{\omega_n} \le t \le \frac{4\pi}{\omega_n}\text{のとき} & x = -d + (x_0 - 7d)\cos\omega_n t \\[2ex]
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \end{array}\right\} \quad ⑧$$

この振動の様子は，図 3－14 に示すように，半周期ごとに振動の基準（平衡点）が+d から -d へ移り，振幅のピークの値が，x_0，$-(x_0 - 2d)$，$(x_0 - 4d)$，$-(x_0 - 6d)$，…と次第に減少していくことがわかる。よって，式 3－59 が成り立ち，振幅の包絡線は直線的に減少することになる。