機械力学　$\boxed{\text{予習}}$　**授業の前にやっておこう！！**

6章

１．1自由度粘性減衰振動系の調和外力による強制振動について説明せよ。

解答例）

図4-6に示す1自由度粘性減衰振動系の力学モデルにおいて，質量に調和外力 $f(t) = F\sin\omega t$ が作用する場合の運動方程式を求めると，

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F\sin\omega t \qquad (4\text{-}13)$$

となる。定常振動における解を，$x = C\cos\omega t + D\sin\omega t$ とおいて求める方法は，式4-14〜4-24を復習してほしい。この振動系の定常応答は，式4－22〜24より，次式で表される。

$$x_s = X_s\sin(\omega t - \phi)$$

ただし，ω_n：固有角振動数$=\sqrt{\frac{k}{m}}$，ζ：減衰比$=\frac{c}{2\sqrt{mk}}$，X_{st}：静たわみ$=\frac{F}{k}$　として，

$$X_s = \frac{x_{st}}{\sqrt{\left\{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right\}^2+\left\{2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right\}^2}} \quad ,\ \phi = \tan^{-1}\left\{\frac{2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}\right\}$$

である。

２．応答倍率とは何か説明せよ。

解答例）4-2節ならびに5-2節を復習しておこう。

応答倍率には，変位振幅比，速度振幅比，加速度振幅比がある。

まず，変位振幅比を取り上げる。質量の変位振幅を X とおくと，静たわみ X_{st} との振幅比を，変位応答倍率という。変位の振幅比 $\dfrac{X}{X_{st}}$ と位相 ϕ は，振動数比 $\Omega = \omega/\omega_n$ として，

$$\frac{X}{X_{ST}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\varsigma\Omega)^2}} \qquad (5\text{-}3)$$

$$\phi = \tan^{-1}\frac{2\varsigma\Omega}{1-\Omega^2} \qquad (5\text{-}4)$$

となる。また，速度の振幅比と位相差は，

$$\frac{X_v}{\omega_n X_{ST}} = \frac{\Omega}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\varsigma\Omega)^2}} \qquad (5\text{-}13)$$

$$\phi_v = \tan^{-1}\frac{2\varsigma\Omega}{1-\Omega^2} - \frac{\pi}{2} \qquad (5\text{-}14)$$

となる。さらに，加速度の振幅比と位相差は，

$$\frac{X_A}{\omega_n^2 X_{ST}} = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+(2\varsigma\Omega)^2}} \qquad (5\text{-}16)$$

$$\phi_A = \tan^{-1}\frac{2\varsigma\Omega}{1-\Omega^2} - \pi \qquad (5\text{-}17)$$

となる。