8-A1

運動方程式は，

$$m\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) + F\sin\omega t, \quad 2m\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1)$$

となる。定常振動解を $x_1 = X_1 \sin \omega t, \quad x_2 = X_2 \sin \omega t$ と仮定すると

$$(k - m\omega^2)X_1 - kX_2 = F, \quad -kX_1 + (k - 2m\omega^2)X_2 = 0$$

を得る。上式より，X_1 および X_2 について解くと，応答振幅が

$$X_1 = \frac{F(k - 2m\omega^2)}{(k - m\omega^2)(k - 2m\omega^2) - k^2}, \quad X_2 = \frac{Fk}{(k - m\omega^2)(k - 2m\omega^2) - k^2}$$

と求められる。

8-A2

運動方程式は，

$$m\ddot{x}_1 = -kx_1 - 2k(x_1 - x_2), \quad 3m\ddot{x}_2 = -2k(x_2 - x_1) + F\sin\omega t$$

となる。定常振動解を $x_1 = X_1 \sin \omega t, \quad x_2 = X_2 \sin \omega t$ と仮定すると

$$(3k - m\omega^2)X_1 - 2kX_2 = 0, \quad -2kX_1 + (2k - 3m\omega^2)X_2 = F$$

を得る。上式より，X_1 および X_2 について解くと，応答振幅が

$$X_1 = \frac{2Fk}{(3k - m\omega^2)(2k - 3m\omega^2) - 4k^2}, \quad X_2 = \frac{F(3k - m\omega^2)}{(3k - m\omega^2)(2k - 3m\omega^2) - 4k^2}$$

と求められる。上式から，X_2 が 0 となる条件は $(3k - m\omega^2) = 0$ と得られる。ゆえに，質量 $3m$ が静止する振動数は $\omega = \sqrt{3k/m}$ となる。また，このときの質量 m の応答振幅 X_1 は

$$X_1\Big|_{\omega=\sqrt{3k/m}} = \frac{2Fk}{\left(3k - m\times\dfrac{3k}{m}\right)\left(2k - 3m\times\dfrac{3k}{m}\right) - 4k^2} = -\frac{F}{2k}$$

と得られる。したがって，質量 m の応答振幅の大きさは $F/(2k)$となる。

8-A3

主振動系の最大振幅比が 5 以下となる条件

$$\left.\frac{\overline{X}_1}{X_{st}}\right|_{\max} = \sqrt{\frac{2+\mu}{\mu}} \le 5,$$

から，質量比は $\mu \ge 1/12$ の条件を満たす必要がある。ここでは，$\mu = 1/12$ とする。これより，動吸振器の m，k および c の値は次のように求められる。

$$m = \mu M = 1/12 \times 45 = 3.75\,\text{kg}$$

$$k = \left(\frac{1}{1+\mu}\right)^2 \mu K = \left(\frac{1}{1+1/12}\right)^2 \times \frac{1}{12} \times 10 \times 10^3 = 710.1\,\text{N/m}$$

$$c = 2m\sqrt{\frac{K}{M}}\sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} = 2 \times 3.75 \times \sqrt{\frac{10\times10^3}{45}} \times \sqrt{\frac{3/12}{8\times(1+1/12)^3}} = 17.53\,\text{Ns/m}$$

8-B1

運動方程式は,

$$2m\times(2l)^2\ddot{\theta}_1=-k(2l\theta_1-2l\theta_2)\times 2l+F\sin\omega t\times 2l,\quad m\times(2l)^2\ddot{\theta}_2=-k(2l\theta_2-2l\theta_1)\times 2l-k\times l\theta_2\times l$$

となる。定常振動解を $\theta_1=\Theta_1\sin\omega t,\quad \theta_2=\Theta_2\sin\omega t$ と仮定すると

$$(2kl-4ml\omega^2)\Theta_1-2kl\Theta_2=F,\quad -4kl\Theta_1+(5kl-4ml\omega^2)\Theta_2=0$$

を得る。上式より，X_1 および X_2 について解くと，応答振幅が

$$\Theta_1=\frac{F(5kl-4ml\omega^2)}{(2kl-4ml\omega^2)(5kl-4ml\omega^2)-8k^2l^2},\quad \Theta_2=\frac{4Fkl}{(2kl-4ml\omega^2)(5kl-4ml\omega^2)-8k^2l^2}$$

と求められる。

8-B2

$\sin\omega t$ を複素数 $e^{j\omega t}$ と置き換えると運動方程式は,

$$m\ddot{x}_1=-c\dot{x}_1-k(x_1-x_2)+Fe^{j\omega t},\quad m\ddot{x}_2=-k(x_2-x_1)$$

となる。定常振動解を $x_1=X_1e^{j\omega t},\quad x_2=X_2e^{j\omega t}$ と仮定すると

$$(k-m\omega^2+jc\omega)X_1-kX_2=F,\quad -kX_1+(k-m\omega^2)X_2=0$$

を得る。上式より，X_1 および X_2 について解くと,

$$X_1=\frac{F(k-m\omega^2)}{(k-m\omega^2+jc\omega)(k-m\omega^2)-k^2}=\frac{F(k-m\omega^2)}{\sqrt{[(k-m\omega^2)^2-k^2]^2+[(k-m\omega^2)c\omega]^2]}}e^{-j\phi}$$

$$X_2=\frac{Fk}{(k-m\omega^2+jc\omega)(k-m\omega^2)-k^2}=\frac{Fk}{\sqrt{[(k-m\omega^2)^2-k^2]^2+[(k-m\omega^2)c\omega]^2]}}e^{-j\phi}$$

ここで,

$$\tan\phi=\frac{(k-m\omega^2)c\omega}{(k-m\omega^2)^2-k^2}$$

と定義されている。しかがって，定常振動解は

$$x_1=\frac{F(k-m\omega^2)}{\sqrt{[(k-m\omega^2)^2-k^2]^2+[(k-m\omega^2)c\omega]^2]}}\sin(\omega t-\phi)$$

$$x_2=\frac{Fk}{\sqrt{[(k-m\omega^2)^2-k^2]^2+[(k-m\omega^2)c\omega]^2]}}\sin(\omega t-\phi)$$

と求められる。