

第 17 章 Web に Link 解説

p.168

数学の基礎である指数と対数について学習しておこう。

(1) 水溶液中のイオンの濃度を、たとえば、塩化物イオン濃度 $[Cl^-]$ を $[Cl^-]=10^{-3}=10^{-3}=1/10^3=1/(10\times 10\times 10)=1/1000=1\div 1000=0.001\text{mol/L}$ ように表示することがある。この式の 10^3 と 10^{-3} は指数標記と言い、それぞれ「10 の 3 乗」(10 を 3 回掛けた数値)、「10 のマイナス 3 乗」(10 を 3 回掛けた数値の逆数)と言う。一般的に a^Y は a を Y 回掛けた数値を、 a^{-Y} は a^Y の逆数を示す。さらに $a^0=1$ である。

(2) 指数の計算をしてみよう。

$$10^3 \times 10^3 = 10^{(3+3)} = 10^6 \text{ であり、 } 10^2 \times 10^4 \times 10^{-3} = 10^{(2+4-3)} = 10^3 \text{ である。}$$

(3) 酸と塩基の項目で対数という数学的表記法を使うことがしばしばある。

$$Y = \log_a X \text{ のとき、 } X = a^Y, \log_a X = \log_a a^Y \text{ というのが対数の定義である。}$$

ここで a は対数の「底(てい)」といい、 \log は対数を示す記号で「ログ」と呼ぶ。「 Y は a を底とする X の対数である。」という。

酸と塩基の項目の学習に必要な $a=10$ の場合(常用対数)について、

$X = a^Y = 10^Y$ の場合、 $Y = \log_{10} X = \log_{10} 10^Y$ という関係が成り立つ。 $X = 10^Y$ の「両辺の常用対数をとる」という数学的操作である。底 10 を省略して $Y = \log X$ と表記することもあるが、本章では底を省略しないで表記する。

(4) 対数の計算をいくつかやってみよう。

① $\log_{10} 10^3$ を計算すると、 $\log_{10} 10^3 = 3$ となる。

② $X = 10^{-3}$ の両辺の常用対数をとってみよう。 $\log_{10} X = -3$ となる。

③ $\log_{10} 10^2 + \log_{10} 10^3$ を計算してみよう。

$$\log_{10} 10^2 + \log_{10} 10^3 = \log_{10} 10^{(2+3)} = \log_{10} 10^5 = 5 \text{ となる。}$$

④ $\log_{10}(A \times B / C)$ は $\log_{10} A + \log_{10} B - \log_{10} C$ と表すことができる。

なお、対数は次の式が成り立つ。

$$\log_{10} 10^Y = Y$$

$$\log_{10} 10^{-Y} = -Y$$

$$\log_{10} 10^0 = 0$$

$$\log_{10} 10^1 = 1,$$

$$-\log_{10} 10^{-1} = 1$$

$$\log_{10}(XY) = \log_{10} X + \log_{10} Y$$

$$\log_{10}(X/Y) = \log_{10} X - \log_{10} Y$$