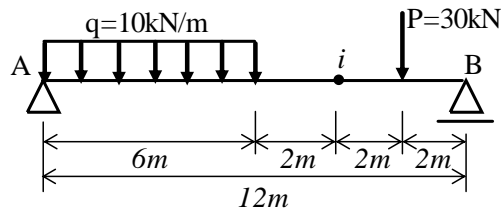


演習問題 A

1. 図に示す単純はりについて、次の計算をなさい。
- (1) 点 A と点 B の支点反力 (V_A , V_B)、及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の影響線を求めなさい。
- (2) 図のように集中荷重 P と分布荷重荷重 q を載荷するとき、点 A と点 B の支点反力 (V_A , V_B)、及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の値を影響線値から計算しなさい。



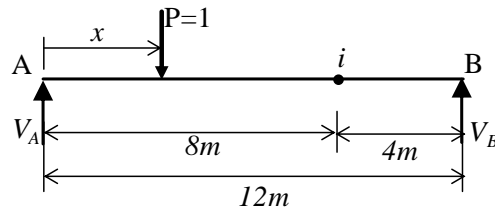
解図 A11-1 単純はり

(1)

単位荷重 ($P=1$) について、解図 A11-2 の自由物体から反力の影響線を求める。

V_A - Line, V_B - Line

支点 A, B を回転中心とした時のモーメントのつり合い式より求める。

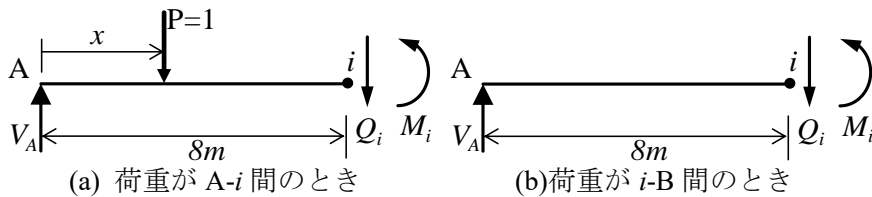


解図 A11-2 自由物体図

$$\sum M_{(B)} = 0: -1 \cdot (12 - x) + V_A \cdot 12 = 0 \quad \text{より} \quad V_A = 1 - \frac{1}{12}x$$

$$\sum M_{(A)} = 0: 1 \cdot x - V_B \cdot 12 = 0 \quad \text{より} \quad V_B = \frac{1}{12}x$$

結果は解図 A11-4 に示す。



解図 A11-3 断面力の計算

Q_i - Line, M_i - Line

荷重が a-i 間 ($0 \leq x \leq 8$)にある時と、i-B 間 ($8 \leq x \leq 12$)にある時で場合分けをする。次に、i 点で切断し、つり合い式から求める。

i) $0 \leq x \leq 8$ のとき

$$\sum V = 0: -Q_i - 1 + V_A = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = -\frac{1}{12}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i - 1 \cdot (8 - x) + V_A \cdot 8 = 0 \quad \text{より} \quad M_i = \frac{1}{3}x$$

ii) $8 \leq x \leq 12$ のとき

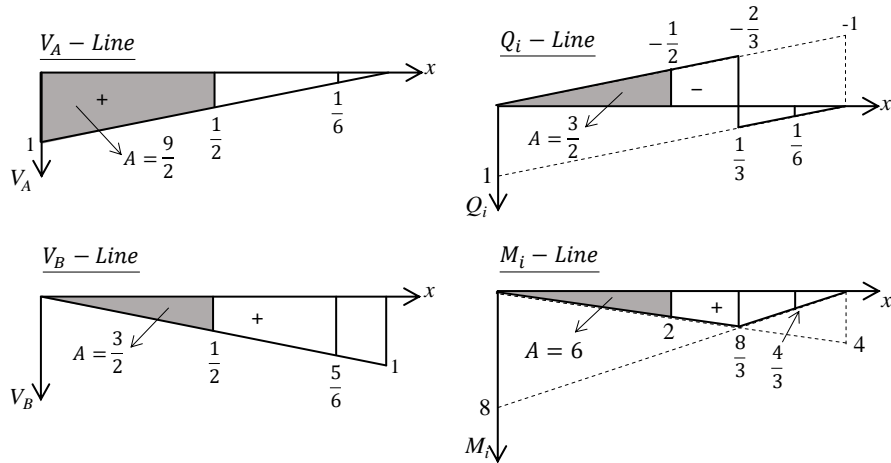
$$\sum V = 0: V_A - Q_i = 0$$

$$\text{より } Q_i = 1 - \frac{1}{12}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i + V_A \cdot 8 = 0$$

$$\text{より } M_i = 8 - \frac{2}{3}x$$

結果は解図 A11-4 に示す。



解図 A11-4 影響線の答え

(2)

解図 A11-4 より、それぞれの影響線上の値は影響線値を示しているため、これらを使って各値を求める。

$$V_A = 10 \times \frac{9}{2} + 30 \times \frac{1}{6} = 50 \text{ [kN]}$$

$$V_B = 10 \times \frac{3}{2} + 30 \times \frac{5}{6} = 40 \text{ [kN]}$$

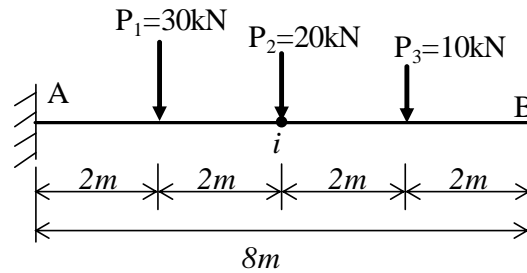
$$Q_i = 10 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 30 \times \frac{1}{6} = -10 \text{ [kN]}$$

$$M_i = 10 \times 6 + 30 \times \frac{4}{3} = 100 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

2. 図に示す片持ちばりについて、次の計算をなさい。

(1) 点 A の支点反力 (V_A , M_A), 及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の影響線を求めなさい。

(2) 図のように集中荷重 (P_1 , P_2 , P_3) を载荷するとき、点 A の支点反力 (V_A , M_A), 及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の値を影響線値から計算しなさい。



解図 A11-5 片持ちばり

(1)

単位荷重 ($P=1$) について、解図 A11-6 の自由物体から反力の影響線を求める。

$V_A - Line$, $V_B - Line$

鉛直方向と点 A を回転中心とした時のモーメントのつり合い式より求める。

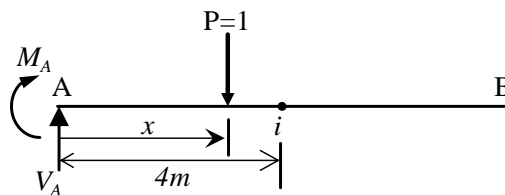
$$\sum V = 0: V_A - 1 = 0$$

より $V_A = 1$

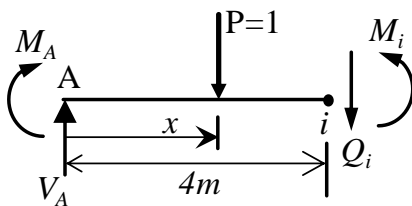
$$\sum M_{(A)} = 0: M_A + 1 \cdot x = 0$$

より $M_A = -x$

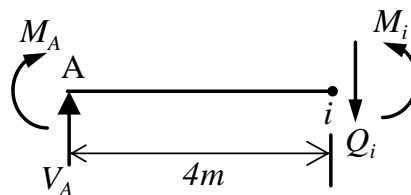
結果は解図 A11-8 に示す。



解図 A11-6 自由物体図



(a) 荷重が A-i 間するとき



(b) 荷重が i-B 間するとき

解図 A11-7 断面力の計算

$Q_i - Line$, $M_i - Line$

荷重が a-i 間 ($0 \leq x \leq 4$)にある時と、i-B 間 ($4 \leq x \leq 8$)にある時で場合分けをし i 点で切断した自由物体図 (解図 A2-3) のつり合い式から求める。

i) $0 \leq x \leq 4$ のとき

$$\sum V = 0: -Q_i - 1 + V_A = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = 0$$

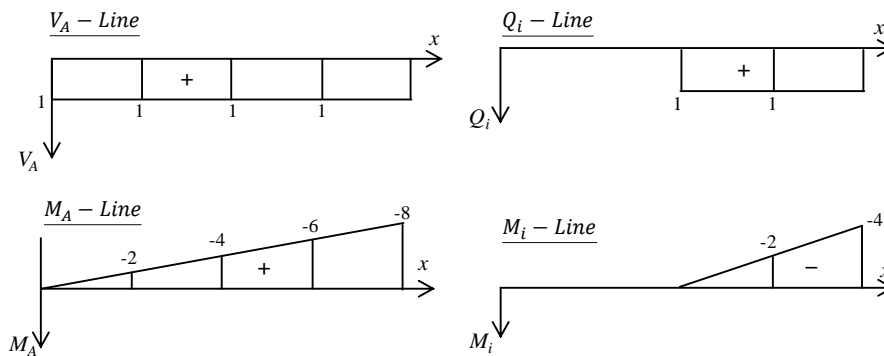
$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i - 1 \cdot (4 - x) + V_A \cdot 4 + M_A = 0 \quad \text{より} \quad M_i = 0$$

ii) $4 \leq x \leq 8$ のとき

$$\sum V = 0: V_A - Q_i = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = 1$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i + V_A \cdot 4 + M_A = 0 \quad \text{より} \quad M_i = 4 - x$$

結果は解図 A11-8 に示す。



解図 A11-8 影響線の答え

(2)

解図 A11-8 より, それぞれの影響線上の値は影響線値を示しているため, これらを使って各値を求める。

$$V_A = 30 \times 1 + 20 \times 1 + 10 \times 1 = 60 \text{ [kN]}$$

$$M_A = 30 \times (-2) + 20 \times (-4) + 10 \times (-6) = -200 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

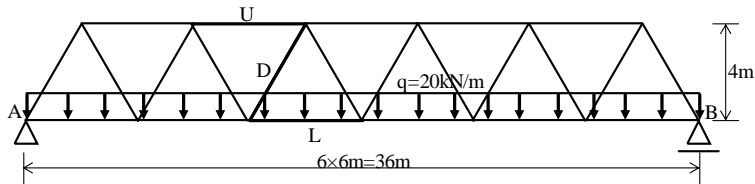
$$Q_i = 20 \times 1 + 10 \times 1 = 30 \text{ [kN]}$$

$$M_i = 10 \times (-2) = -20 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

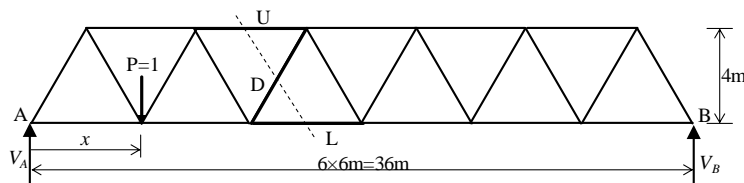
3. 図に示すトラスについて、次の計算をなさい。

(1) 点 A と点 B の支点反力 (V_A , V_B), 及び部材力 (U , D , L) の影響線を求めなさい。

(2) 図のように分布荷重 (q) を载荷するとき、点 A と点 B の支点反力 (V_A , V_B), 及び部材力 (U , D , L) の値を影響線値から計算しなさい。



解図 A11-9 ワーレントラス



解図 A11-10 自由物体図

(1)

単位荷重 ($P=1$) が下弦材に作用するものとし、解図 A11-10 の自由物体から反力の影響線を求める。

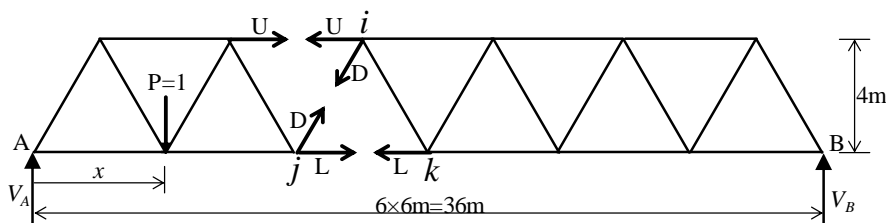
V_A - Line, V_B - Line

支点 A と支点 B を回転中心とした時のモーメントのつり合い式より求める。

$$\sum M_{(B)} = 0: 1 \cdot (36 - x) + V_A \cdot 36 = 0 \quad \text{より} \quad V_A = 1 - \frac{1}{36}x$$

$$\sum M_{(A)} = 0: 1 \cdot x - V_B \cdot 36 = 0 \quad \text{より} \quad V_B = \frac{1}{36}x$$

結果は解図 A11-12 に示す。



解図 A11-11 断面法

指定の部材力を求めるため、解図 A11-11 のように分割し、点 i, 点 j, 点 k を図のように決定する。

U-Line

上弦材 U に着目するため、点 j を境にし、点 j を回転中心にしたモーメントのつり合いから求める。なお、つり合い式は荷重が載荷していない側で考えるとよい。

i) $0 \leq x \leq 12$ のとき (右側で考える)

$$\sum M_{(j)} = 0: -U \cdot 4 - V_B \cdot 24 = 0 \quad \text{より} \quad U = -\frac{1}{6}x$$

ii) $12 \leq x \leq 36$ のとき (左側で考える)

$$\sum M_{(j)} = 0: U \cdot 4 + V_A \cdot 12 = 0 \quad \text{より} \quad U = \frac{1}{12}x - 3$$

結果は解図 A11-12 に示す。

L-Line

下弦材 L に着目するため、点 j までと点 k を超えた時で場合分けをし、上弦材側の点 i を回転中心にしたモーメントのつり合いから求める。

i) $0 \leq x \leq 12$ のとき (右側で考える)

$$\sum M_{(i)} = 0: L \cdot 4 - V_B \cdot 21 = 0 \quad \text{より} \quad L = -\frac{7}{48}x$$

ii) $12 \leq x \leq 36$ のとき (左側で考える)

$$\sum M_{(i)} = 0: -L \cdot 4 + V_A \cdot 15 = 0 \quad \text{より} \quad L = \frac{15}{4} \left(1 - \frac{1}{36}x \right)$$

結果は解図 A11-12 に示す。

U-Line, L-Line, D-Line

斜材 D に着目するため、点 j までと点 k を超えた時で場合分けをし、延長方向のつり合い式から求める。

i) $0 \leq x \leq 12$ のとき (右側で考える)

$$\sum V = 0: -\frac{4}{5}D + V_B = 0 \quad \text{より} \quad D = \frac{5}{144}x$$

ii) $12 \leq x \leq 36$ のとき (左側で考える)

$$\sum V = 0: \frac{4}{5}D + V_A = 0 \quad \text{より} \quad D = \frac{5}{4} \left(\frac{1}{36}x - 1 \right)$$

結果は解図 A11-12 に示す。

(2) 解図 A11-12 より、それぞれの影響線の値を使って各値を求める。

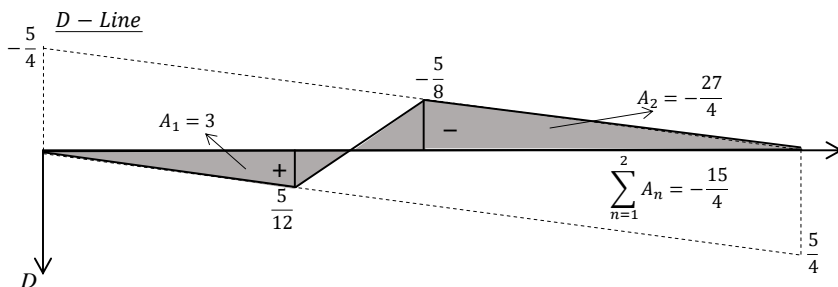
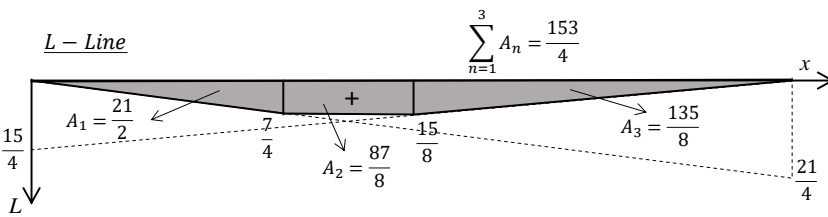
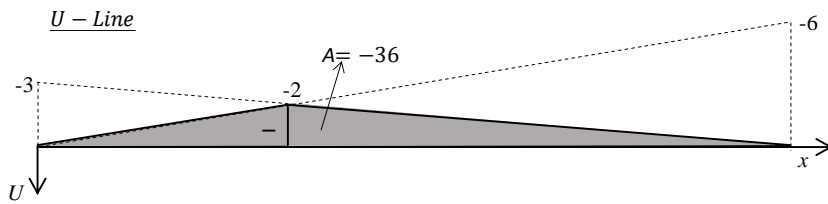
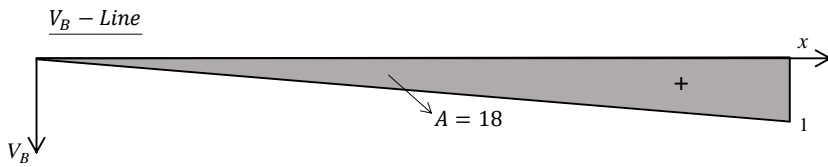
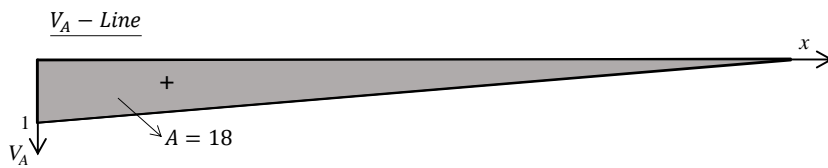
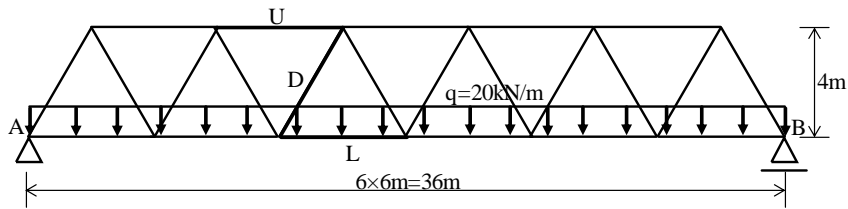
$$V_A = 20 \times 18 = 360 \text{ [kN]}$$

$$V_B = 20 \times 18 = 360 \text{ [kN]}$$

$$U = 20 \times (-36) = -720 \text{ [kN]}$$

$$L = 20 \times \frac{153}{4} = 765 \text{ [kN]}$$

$$D = 20 \times (-3.75) = -75 \text{ [kN]}$$

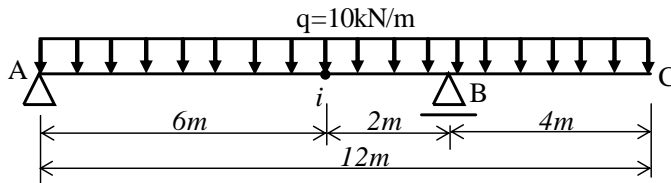


解図 A11-12 影響線の答え

演習問題 B

1. 図に示す片張り出しはりについて、次の計算をなさい。

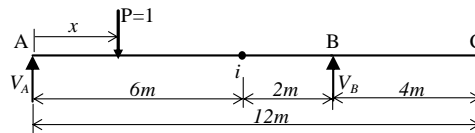
- (1) 点 A と点 B の支点反力 (V_A , V_B)、及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の影響線を求めなさい。
- (2) 図のように分布荷重荷重 q を載荷するとき、点 A と点 B の支点反力 (V_A , V_B)、及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の値を影響線値から計算しなさい。



解図 B11-1 片張り出しはり

(1)

単位荷重 ($P=1$) について、解図 B11-2 の自由物体から反力の影響線を求める。



解図 B11-2 自由物体図

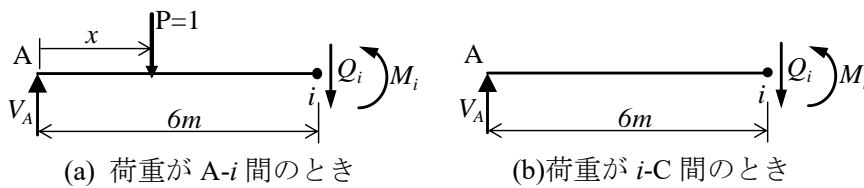
$V_A - Line$, $V_B - Line$

支点 A, B を回転中心とした時のモーメントのつり合い式より求める。

$$\sum M_{(B)} = 0: -1 \cdot (8 - x) + V_A \cdot 8 = 0 \quad \text{より} \quad V_A = 1 - \frac{1}{8}x$$

$$\sum M_{(A)} = 0: 1 \cdot x - V_B \cdot 8 = 0 \quad \text{より} \quad V_B = \frac{1}{8}x$$

結果は解図 B11-4 に示す。



(a) 荷重が A-i 間するとき

(b) 荷重が i-C 間するとき

解図 B11-3 断面力の計算

$Q_i - Line$, $M_i - Line$

荷重が a-i 間 ($0 \leq x \leq 6$)にある時と、i-C 間 ($6 \leq x \leq 12$)にある時で場合分けをし、つり合い式から求める。

i) $0 \leq x \leq 6$ のとき

$$\sum V = 0: -Q_i - 1 + V_A = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = -\frac{1}{8}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i - 1 \cdot (6 - x) + V_A \cdot 6 = 0 \quad \text{より} \quad M_i = \frac{1}{4}x$$

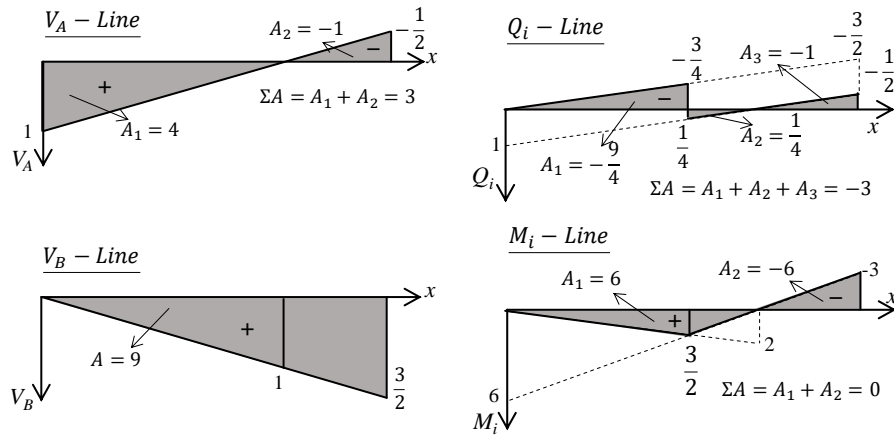
ii) $8 \leq x \leq 12$ のとき

$$\sum V = 0: V_A - Q_i = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = 1 - \frac{1}{8}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i + V_A \cdot 6 = 0$$

$$\text{より } M_i = 6 - \frac{3}{4}x$$

結果は解図 B11-4 に示す。



解図 B11-4 影響線の答え

(2)

解図 B11-4 より, それぞれの影響線値を使って各値を求める。

$$V_A = 10 \times 3 = 30 \text{ [kN]}$$

$$V_B = 10 \times 9 = 90 \text{ [kN]}$$

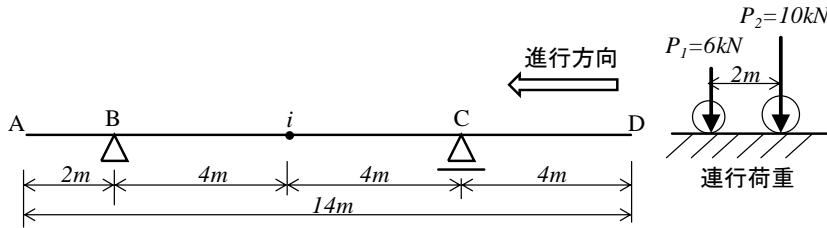
$$Q_i = 10 \times (-3) = -30 \text{ [kN]}$$

$$M_i = 10 \times 0 = 0 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

2. 図に示す両張り出しはりについて、次の計算をなさい。

(1) 点 B と点 C の支点反力 (V_B , V_C), 及び点 i のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) の影響線を求めなさい。

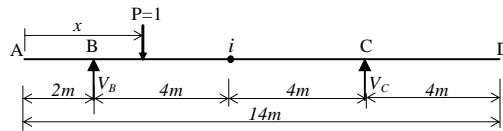
(2) 図のように 2m の間隔を保持した連行荷重が点 D から点 A に向かって進入する。支点反力 (V_B , V_C), 及び i 点のせん断力 (Q_i) と曲げモーメント (M_i) がそれぞれ最大となるのは、連行荷重をどこに載荷した時か、検討しなさい。



解図 B11-5 両張り出しはり

(1)

単位荷重 ($P=1$) について、解図 B11-6 の自由物体から反力の影響線を求める。



解図 B11-6 自由物体図

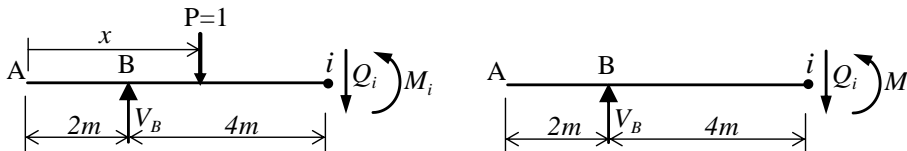
$V_B - Line$, $V_C - Line$

支点 B, C を回転中心とした時のモーメントのつり合い式より求める。

$$\sum M_{(C)} = 0: -1 \cdot (10 - x) + V_B \cdot 8 = 0 \quad \text{より} \quad V_B = \frac{5}{4} - \frac{1}{8}x$$

$$\sum M_{(B)} = 0: 1 \cdot (x - 2) - V_C \cdot 8 = 0 \quad \text{より} \quad V_C = \frac{1}{8}x - \frac{1}{4}$$

結果は解図 B11-8 に示す。



(a) 荷重が A-i 間するとき

(b) 荷重が i-D 間するとき

解図 B11-7 断面力の計算

$Q_i - Line$, $M_i - Line$

荷重が a-i 間 ($0 \leq x \leq 6$)にある時と、i-D 間 ($6 \leq x \leq 14$)にある時で場合分けをし、つり合い式から求める。

i) $0 \leq x \leq 6$ のとき

$$\sum V = 0: -Q_i - 1 + V_B = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = \frac{1}{4} - \frac{1}{8}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i - 1 \cdot (6 - x) + V_B \cdot 4 = 0 \quad \text{より} \quad M_i = \frac{1}{2}x - 1$$

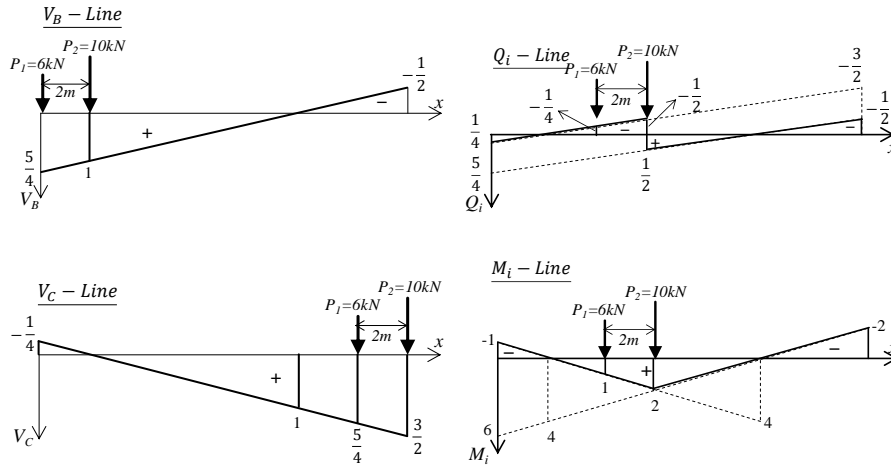
ii) $6 \leq x \leq 14$ のとき

$$\sum V = 0: -Q_i + V_B = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = \frac{5}{4} - \frac{1}{8}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i + V_B \cdot 4 = 0$$

$$\text{より } M_i = 5 - \frac{1}{2}x$$

結果は解図 B11-8 に示す。



解図 B11-8 影響線の答え

(2)

各値が最大値となるような載荷位置は解図 B11-8 の通りである。それぞれの影響線値を使って各値を求める。

$$V_B = 6 \times \frac{5}{4} + 10 \times 1 = \frac{35}{2} \text{ [kN]}$$

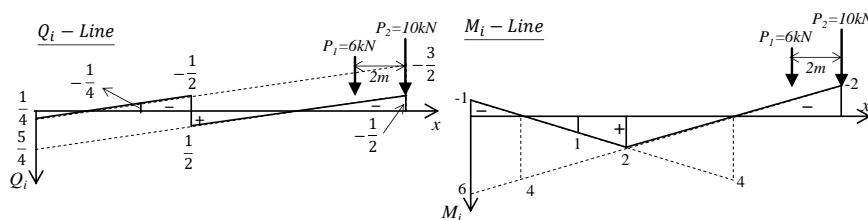
$$V_C = 6 \times \frac{5}{4} + 10 \times \frac{3}{2} = \frac{45}{2} \text{ [kN]}$$

$$Q_i = 6 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 10 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{13}{2} \text{ [kN]}$$

$$M_i = 6 \times 1 + 10 \times 2 = 26 \text{ [kN} \cdot \text{m]}$$

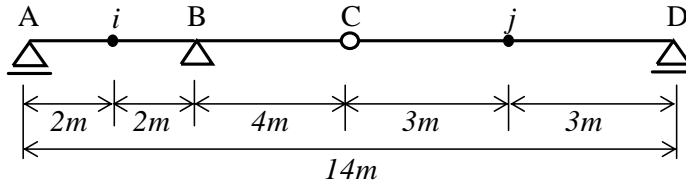
(補足)

解図 B11-8 を見て分かるように、 Q_i と M_i が最大となるケースは下記の場合も考えられる。 Q_i については、符号も同じ値となり、 M_i については、符号が逆になる曲げモーメント値を示す。計算は省略する。

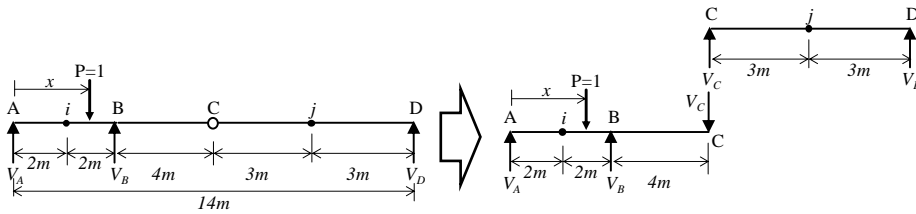


解図 B11-9 別解答

3. 図に示すゲルバーばりについて、点 A、点 B、点 D の支点反力 (V_A, V_B, V_D)、及び点 i と点 j のせん断力 (Q_i, Q_j) と曲げモーメント (M_i, M_j) の影響線を求めなさい。



解図 B11-10 ゲルバーばり

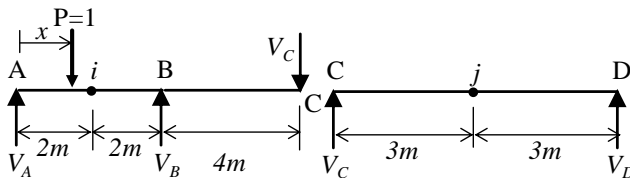


解図 B11-11 自由物体図

(1)

単位荷重 ($P=1$) について、解図 B11-11 の自由物体図から反力の影響線を求める。ゲルバーばりには中間ヒンジ点 C があるため、解図 B11-11 の右のようにモデル化をする。

a) はり AC に荷重が作用している時



解図 B11-12 A-i 間に荷重がある場合

① A-i 間に荷重がある場合

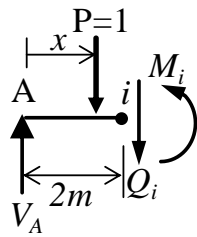
はり AC 上に荷重が作用しているときは、はり CD に荷重が作用しないため、点 C と D の支点反力はゼロとなる。よって、j 点の断面力もゼロとなる。

$$V_C = 0, \quad V_D = 0, \quad Q_j = 0, \quad M_j = 0$$

はり AC について、点 A、B をモーメントの回転中心として、つり合い式から求める。

$$\sum M_{(B)} = 0: -1 \cdot (4-x) + V_A \cdot 4 + V_C \cdot 4 = 0 \quad \text{より} \quad V_A = 1 - \frac{1}{4}x$$

$$\sum M_{(A)} = 0: 1 \cdot x - V_B \cdot 4 + V_C \cdot 4 = 0 \quad \text{より} \quad V_B = \frac{1}{4}x$$



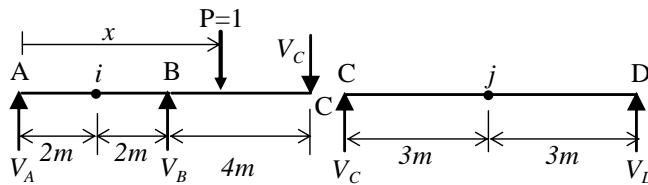
点 i のせん断力と曲げモーメントを計算する。

$$\sum V = 0: -Q_i - 1 + V_A = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = -\frac{1}{4}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i - 1 \cdot (2 - x) + V_A \cdot 2 = 0$$

$$\text{より} \quad M_i = \frac{1}{2}x$$

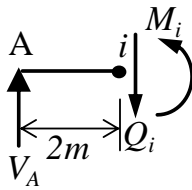
解図 B11-13 断面力の計算



解図 B11-14 i-C 間に荷重がある場

②i-C 間に荷重がある場合

点 i のせん断力と曲げモーメントを計算する。



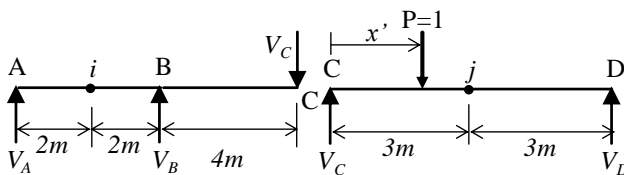
$$\sum V = 0: -Q_i + V_A = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = 1 - \frac{1}{4}x$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i + V_A \cdot 2 = 0$$

$$\text{より} \quad M_i = 2 - \frac{1}{2}x$$

解図 B11-15 断面力の計算

b)はり CD に荷重が作用している時



解図 B11-16 C-j 間に荷重がある場

①C-j 間に荷重がある場合

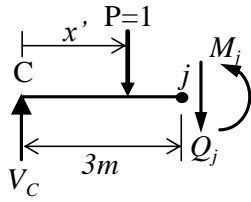
はり CD 上に荷重が作用しているときは、まず、はり CD の支点反力を求め、その結果を用いて点 A, B の支点反力を計算する。

$$\sum M_{(D)} = 0: -1 \cdot (6 - x') + V_C \cdot 6 = 0 \quad \text{より} \quad V_C = 1 - \frac{1}{6}x'$$

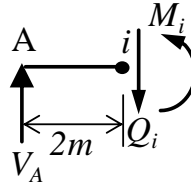
$$\sum M_{(C)} = 0: 1 \cdot x' - V_D \cdot 6 = 0 \quad \text{より} \quad V_D = \frac{1}{6}x'$$

$$\sum M_{(B)} = 0: V_A \cdot 4 + V_C \cdot 4 = 0 \quad \text{より} \quad V_A = \frac{1}{6}x' - 1$$

$$\sum M_{(A)} = 0: -V_B \cdot 4 + V_C \cdot 8 = 0 \quad \text{より} \quad V_B = 2 - \frac{1}{3}x'$$



解図 B11-17 断面力の計算



解図 B11-18 はり AC の点 i

点 j のせん断力と曲げモーメントを計算する。

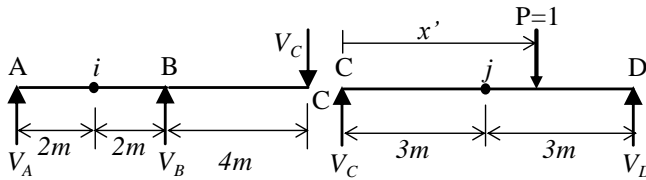
$$\sum V = 0: -Q_j - 1 + V_C = 0 \quad \text{より} \quad Q_j = -\frac{1}{6}x'$$

$$\sum M_{(j)} = 0: -M_j - 1 \cdot (3 - x') + V_C \cdot 3 = 0 \quad \text{より} \quad M_j = \frac{1}{2}x'$$

点 i のせん断力と曲げモーメントを計算する。

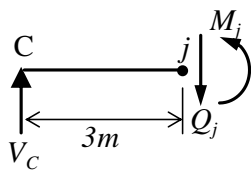
$$\sum V = 0: -Q_i + V_A = 0 \quad \text{より} \quad Q_i = \frac{1}{6}x' - 1$$

$$\sum M_{(i)} = 0: -M_i + V_A \cdot 2 = 0 \quad \text{より} \quad M_i = \frac{1}{3}x' - 2$$



解図 B11-19 j-D 間に荷重がある場合

②j-D 間に荷重がある場合



点 j のせん断力と曲げモーメントを計算する。

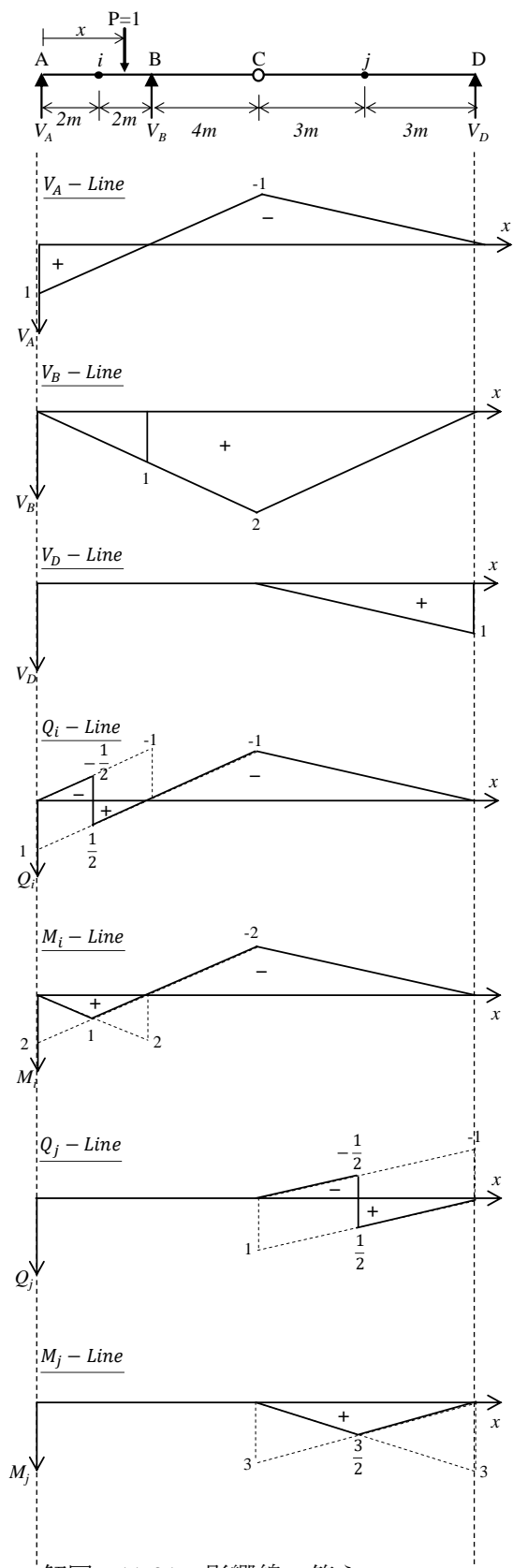
$$\sum V = 0: -Q_j + V_C = 0 \quad \text{より} \quad Q_j = 1 - \frac{1}{6}x'$$

$$\sum M_{(j)} = 0: -M_j + V_C \cdot 3 = 0$$

$$\text{より} \quad M_j = 3 - \frac{1}{2}x'$$

解図 B11-20 断面力の計算 点 i は、先に求めた式から変更はない。

それぞれの影響線の結果を解図 B11-21 に示す。



解図 B11-21 影響線の答え