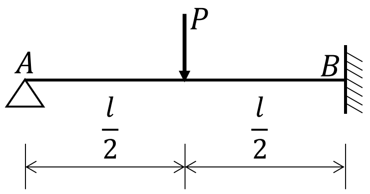
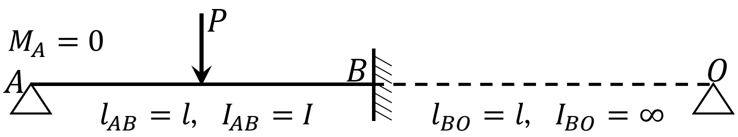
【第 13 章-３】　$\boxed{\text{演習問題A}}$

（１）





支点 B が固定端のため，右上図のように$I=\infty$のはり BO があると考える。点 B の三連モーメント法の式は，(13-16) 式より

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A + 2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}} + \frac{l_{BO}}{I_{BO}}\right)M_B + \frac{l_{BO}}{I_{BO}}M_O = 6E(\theta_{BA0} - \theta_{BO0}) \qquad ・・・①$$

となる。ここではり AB には集中荷重，はり BO には荷重はないので，表 13-1 から荷重項は，

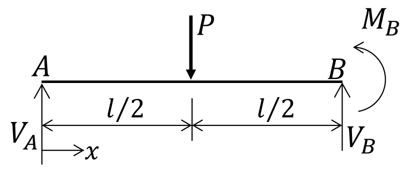
$$\theta_{BA0} = -\frac{Pl^2}{16EI},\quad \theta_{BO0} = 0 \qquad ・・・②$$

となる。また支点 A の曲げモーメント$M_A = 0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I}\times 0 + 2\left(\frac{l}{I} + \frac{l}{\infty}\right)M_B + \frac{l}{\infty}M_O = 6E\left(-\frac{Pl^2}{16EI} - 0\right)$$

$$\frac{2l}{I}M_B = -\frac{3}{8}\cdot\frac{Pl^2}{I} \qquad \Rightarrow \qquad M_B = -\frac{3}{16}Pl$$

となる。ここで，次の図のような単純ばりとして考え，つり合い式から



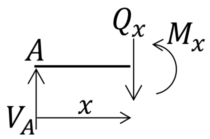
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A + V_B - P = 0 \\ \Sigma M_{(A)} = 0 : P\cdot\dfrac{l}{2} - V_B\cdot l - M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_A，V_Bは

$$V_B\cdot l = \frac{1}{2}Pl - M_B = \frac{11}{16}Pl \qquad \Rightarrow \qquad V_B = \frac{11}{16}P$$

$$V_A + \frac{11}{16}P - P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A = \frac{5}{16}P$$

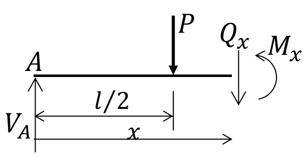
ⅰ）$0 \leqq x \leqq \dfrac{l}{2}$の時



せん断力図，曲げモーメント図を求める。左の自由物体図より，

$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A - Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = \dfrac{5}{16}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : -M_x + V_A\cdot x = 0 & \Rightarrow M_x = \dfrac{5}{16}Px \end{cases}$$

ⅱ）$\dfrac{l}{2} \leqq x \leqq l$ の時



$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A - P - Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = \dfrac{11}{16}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : -M_x - P\left(x - \dfrac{l}{2}\right) + V_A\cdot x = 0 & \Rightarrow M_x = -\dfrac{11}{16}Px + \dfrac{1}{2}Pl \end{cases}$$

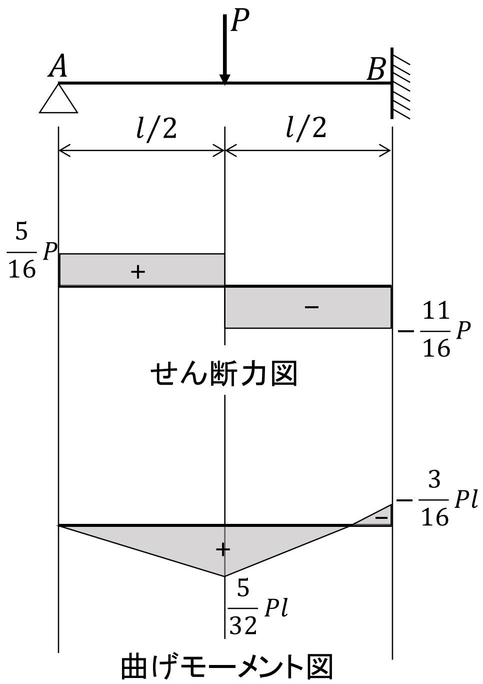
よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。

また，最大曲げモーメントM_{max}は，$x = l/2$の時より

$$M_{x=\frac{l}{2}} = \frac{5}{16}P \cdot \frac{l}{2} = \frac{5}{32}Pl$$

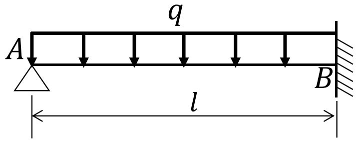
となり，x 軸との交点は次の場所となる。

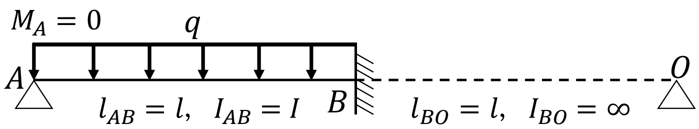
$$-\frac{11}{16}Px + \frac{1}{2}Pl = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{8}{11}l$$



【第 13 章‐３】 $\boxed{\text{演習問題A}}$

（２）





支点 B が固定端のため，右上図のように$I=\infty$のはり BO があると考える。点 B の三連モーメント法の式は，(13-16) 式より

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A + 2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}} + \frac{l_{BO}}{I_{BO}}\right)M_B + \frac{l_{BO}}{I_{BO}}M_O = 6E(\theta_{BA0} - \theta_{BO0}) \qquad ・・・①$$

となる。ここではり AB には分布荷重，はり BO には荷重はないので，表 13-1 から荷重項は，

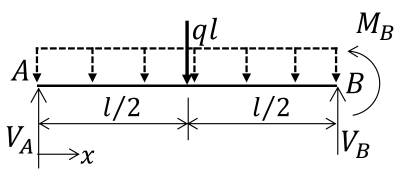
$$\theta_{BA0} = -\frac{ql^3}{24EI},\ \theta_{BO0} = 0 \qquad ・・・②$$

となる。また支点 A の曲げモーメント$M_A=0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I}\times 0 + 2\left(\frac{l}{I} + \frac{l}{\infty}\right)M_B + \frac{l}{\infty}M_O = 6E\left(-\frac{ql^3}{24EI} - 0\right)$$

$$\frac{2l}{I}M_B = -\frac{1}{4}\cdot\frac{ql^3}{I} \qquad \Rightarrow \qquad M_B = -\frac{1}{8}ql^2$$

となる。ここで，次の図のような単純ばりとして考え，つり合い式から

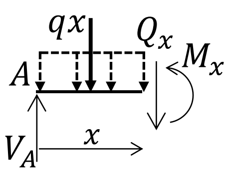


$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A + V_B - ql = 0 \\ \Sigma M_{(A)} = 0 : ql\cdot\dfrac{l}{2} - V_B\cdot l - M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_A，V_Bは

$$V_B\cdot l = \frac{1}{2}ql^2 - M_B = \frac{5}{8}ql^2 \qquad \Rightarrow \qquad V_B = \frac{5}{8}ql$$

$$V_A + \frac{5}{8}ql - ql = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A = \frac{3}{8}ql$$



せん断力図，曲げモーメント図を求める。左の自由物体図より，

$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A - Q_x - qx = 0 & \Rightarrow Q_x = \dfrac{3}{8}ql - qx \\ \Sigma M_{(x)} = 0 :\ -M_x - qx\cdot\dfrac{x}{2} + V_A\cdot x = 0 & \Rightarrow M_x = -\dfrac{1}{2}qx^2 + \dfrac{3}{8}qlx \end{cases}$$

よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。

また，最大曲げモーメントM_{max}は，

$$\frac{\mathrm{d}M_x}{\mathrm{dx}} = -qx + \frac{3}{8}ql = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{3}{8}l$$

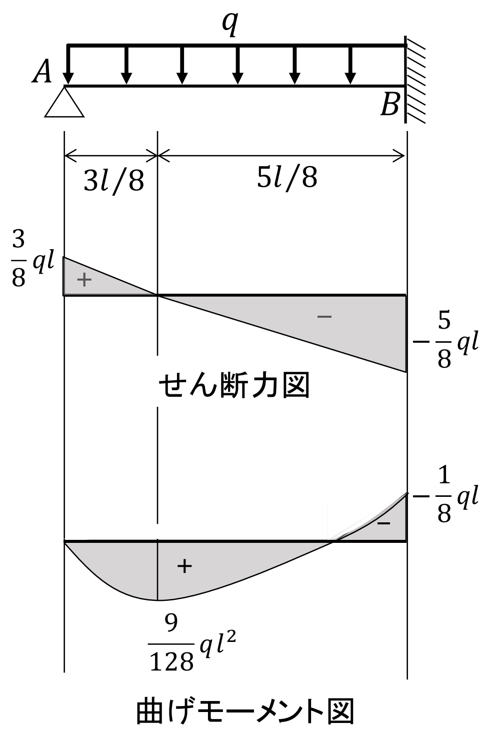
$$M_{max} = M_{x=\frac{3}{8}l} = -\frac{1}{2}q\cdot\left(\frac{3}{8}l\right)^2 + \frac{3}{8}ql\cdot\frac{3}{8}l = \frac{9}{128}ql^2$$

となり，x 軸との交点は次の場所となる。

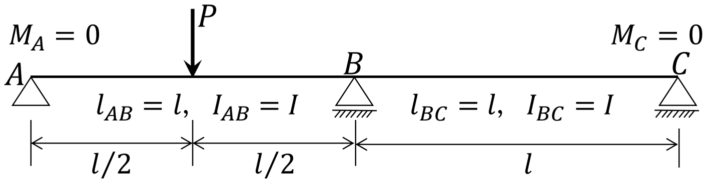
$$Q_x : \frac{3}{8}ql - qx = 0 \qquad \Rightarrow \qquad x = \frac{3}{8}l$$

$$M_x：-\frac{1}{2}qx^2+\frac{3}{8}qlx=0 \qquad \Rightarrow \qquad x=0,\ x=\frac{3}{4}l$$

※該当の解答図において，図中の記号に誤りあり。右図が正解である。



（３）



点 B の三連モーメント法の式は，(13-16) 式より

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A + 2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}} + \frac{l_{BC}}{I_{BC}}\right)M_B + \frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_C = 6E(\theta_{BA0} - \theta_{BC0}) \qquad \cdot\cdot\cdot ①$$

となる。ここではり AB には集中荷重，はり BC には荷重はないので，表 13-1 から荷重項は，

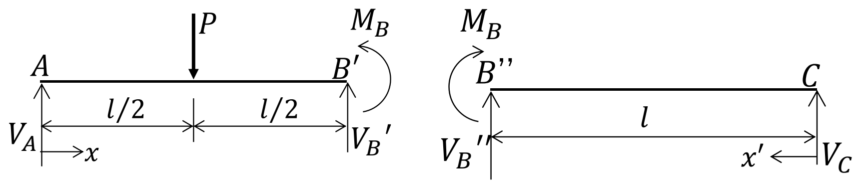
$$\theta_{BA0} = -\frac{Pl^2}{16EI}, \ \theta_{BC0} = 0 \qquad \cdot\cdot\cdot ②$$

となる。また支点 A と支点 C の曲げモーメントは，$M_A = M_C = 0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I} \times 0 + 2\left(\frac{l}{I} + \frac{l}{I}\right)M_B + \frac{l}{I} \times 0 = 6E\left(-\frac{Pl^2}{16EI} - 0\right)$$

$$\frac{4l}{I}M_B = -\frac{3}{8} \cdot \frac{Pl^2}{I} \qquad \Rightarrow \qquad M_B = -\frac{3}{32}Pl$$

となる。ここで，次の図のような単純ばりとして考える。



左側のはり AB’について，つり合い式から

$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A + V_B' - P = 0 \\ \Sigma M_{(A)} = 0 : P \cdot \dfrac{l}{2} - V_B' \cdot l - M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_A，V_Bは

$$V_B' \cdot l = \frac{1}{2}Pl - M_B = \frac{19}{32}Pl \qquad \Rightarrow \qquad V_B' = \frac{19}{32}P$$

$$V_A + \frac{19}{32}P - P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A = \frac{13}{32}P$$

また，右側のはり B’C について，つり合い式から

$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_B'' + V_C = 0 \\ \Sigma M_{(B'')} = 0 : -V_C \cdot l + M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_B''，V_Cは

$$V_C \cdot l = M_B = -\frac{3}{32}Pl \qquad \Rightarrow \qquad V_C = -\frac{3}{32}P$$

$$V_B'' - \frac{3}{32}P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_B'' = \frac{3}{32}P$$

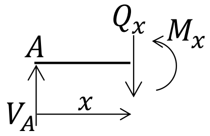
ここで支点反力 B を求めると，

$$V_B = V_B' + V_B'' = \frac{19}{32}P + \frac{3}{32}P = \frac{22}{32}P = \frac{11}{16}P$$

以上より，支点反力は，$V_A=\frac{13}{32}P$，$V_B=\frac{11}{16}P$，$V_C=-\frac{3}{32}P$　となる。

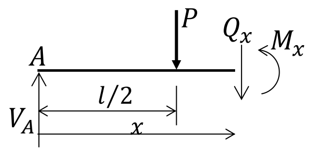
つぎに，せん断力図，曲げモーメント図を求める。

ⅰ）$0 \leqq x \leqq \dfrac{l}{2}$ の時



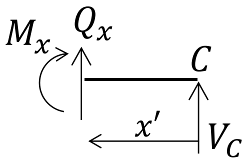
$$\begin{cases} \Sigma V=0: V_A-Q_x=0 & \Rightarrow Q_x=\frac{13}{32}P \\ \Sigma M_{(x)}=0: -M_x+V_A\cdot x=0 & \Rightarrow M_x=\dfrac{13}{32}Px \end{cases}$$

ⅱ）$\dfrac{l}{2} \leqq x \leqq l$ の時



$$\begin{cases} \Sigma V=0: V_A-P-Q_x=0 & \Rightarrow Q_x=-\dfrac{19}{32}P \\ \Sigma M_{(x)}=0: -M_x-P\left(x-\dfrac{l}{2}\right)+V_A\cdot x=0 & \Rightarrow M_x=-\dfrac{19}{32}Px+\dfrac{1}{2}Pl \end{cases}$$

ⅲ）$0 \leqq x' \leqq l$ の時



$$\begin{cases} \Sigma V=0: V_C+Q_x=0 & \Rightarrow Q_x=\dfrac{3}{32}P \\ \Sigma M_{(x)}=0: M_x-V_C\cdot x'=0 & \Rightarrow M_x=-\dfrac{3}{32}Px' \end{cases}$$

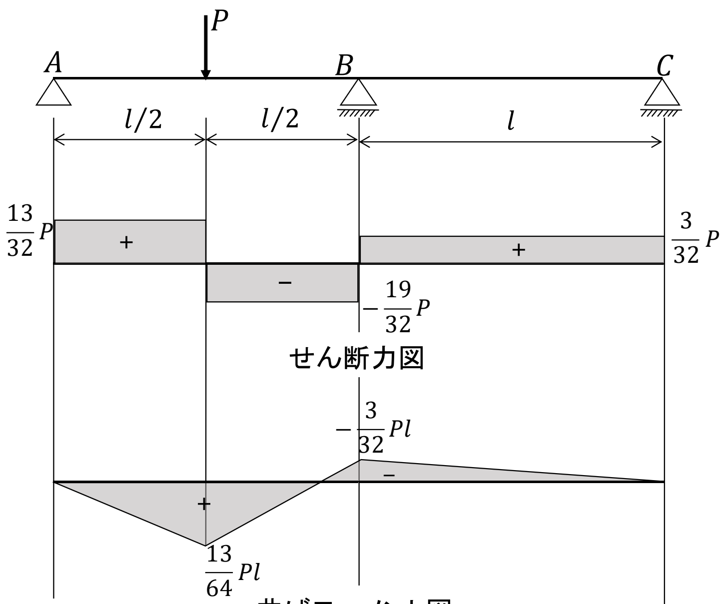
よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。
また，最大曲げモーメントM_{max}は，$x=l/2$の時より

$$M_{x=\frac{l}{2}}=\frac{13}{32}P\cdot\frac{l}{2}=\frac{13}{64}Pl$$

となる。
x 軸との交点は次の場所となる。

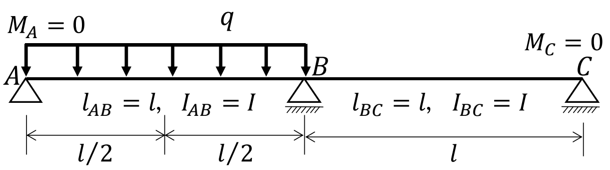
$$-\frac{19}{32}Px+\frac{1}{2}Pl=0$$

$$\Rightarrow \quad x=\frac{16}{19}l$$



曲げモーメント図

（4）



点Bの三連モーメント法の式は，(13-16）式より

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A+2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}}+\frac{l_{BC}}{I_{BC}}\right)M_B+\frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_C=6E(\theta_{BA0}-\theta_{BC0}) \qquad ・・・①$$

となる。ここではりABには分布荷重，はりBCには荷重なしより，表13-1から荷重項は,

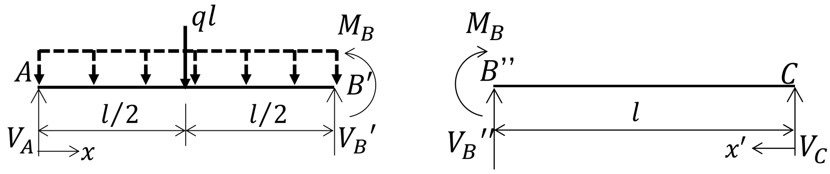
$$\theta_{BA0}=-\frac{ql^3}{24EI},\ \ \theta_{BC0}=0 \qquad ・・・②$$

となる。また支点Aと支点Cの曲げモーメントは，$M_A=M_C=0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I}\times 0+2\left(\frac{l}{I}+\frac{l}{I}\right)M_B+\frac{l}{I}\times 0=6E\left(-\frac{ql^3}{24EI}-0\right)$$

$$\frac{4l}{I}M_B=-\frac{1}{4}\cdot\frac{ql^3}{I} \qquad \Rightarrow \qquad M_B=-\frac{1}{16}ql^2$$

となる。ここで，次の図のような単純ばりとして考える。



左側のはりAB’について，つり合い式から

$$\begin{cases}\Sigma V=0:V_A+V_B{}'-ql=0\\[2mm] \Sigma M_{(A)}=0:ql\cdot\dfrac{l}{2}-V_B{}'\cdot l-M_B=0\end{cases}$$

より，支点反力V_A，V_Bは

$$V_B{}'\cdot l=\frac{1}{2}ql^2-M_B=\frac{9}{16}ql^2 \qquad \Rightarrow \qquad V_B{}'=\frac{9}{16}ql$$

$$V_A+\frac{9}{16}ql-ql=0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A=\frac{7}{16}ql$$

また，右側のはりB’Cについて，つり合い式から

$$\begin{cases}\Sigma V=0:V_B{}''+V_C=0\\[2mm] \Sigma M_{(B'')}=0:-V_C\cdot l+M_B=0\end{cases}$$

より，支点反力$V_B{}''$，V_Cは

$$V_C\cdot l=M_B=-\frac{1}{16}ql^2 \qquad \Rightarrow \qquad V_C=-\frac{1}{16}ql$$

$$V_B''-\frac{1}{16}ql=0 \qquad \Rightarrow \qquad V_B{}''=\frac{1}{16}ql$$

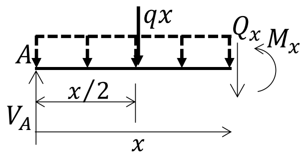
ここで支点反力Bを求めると,

$$V_B=V_B'+V_B''=\frac{9}{16}ql+\frac{1}{16}ql=\frac{10}{16}ql=\frac{5}{8}ql$$

以上より，支点反力は，$V_A=\frac{7}{16}ql$，$V_B=\frac{5}{8}ql$，$V_C=-\frac{1}{16}ql$　となる。

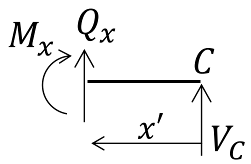
つぎに，せん断力図，曲げモーメント図を求める。

ⅰ）$0 \leqq x \leqq l$の時



$$\begin{cases} \Sigma V=0: V_A-Q_x-qx=0 & \Rightarrow Q_x=\frac{7}{16}ql-qx \\ \Sigma M_{(x)}=0:\ -M_x-qx\cdot\frac{x}{2}+V_A\cdot x=0 & \Rightarrow M_x=-\frac{1}{2}qx^2+\frac{7}{16}qlx \end{cases}$$

ⅱ）$0 \leqq x' \leqq l$ の時



$$\begin{cases} \Sigma V=0: V_C+Q_x=0 & \Rightarrow Q_x=\frac{1}{16}ql \\ \Sigma M_{(x)}=0: M_x-V_C\cdot x'=0 & \Rightarrow M_x=-\frac{1}{16}qlx' \end{cases}$$

よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。

また，最大曲げモーメントM_{max}は，

$$\frac{\mathrm{d}M_x}{\mathrm{dx}}=-qx+\frac{7}{16}ql=0 \qquad \Rightarrow \quad x=\frac{7}{16}l$$

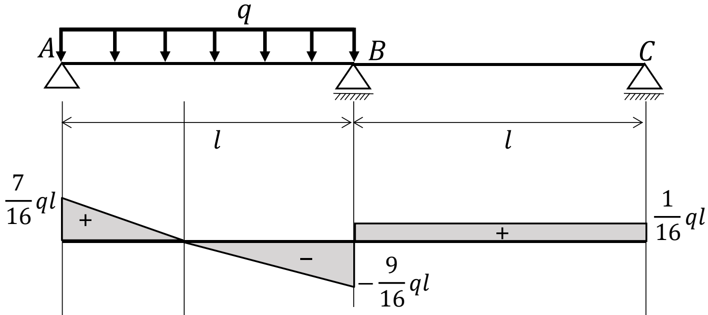
$$M_{max}=M_{x=\frac{7}{16}l}=-\frac{1}{2}q\cdot\left(\frac{7}{16}l\right)^2+\frac{7}{16}ql\cdot\frac{7}{16}l=\frac{49}{512}ql^2$$

となり，x 軸との交点は次の場所となる。

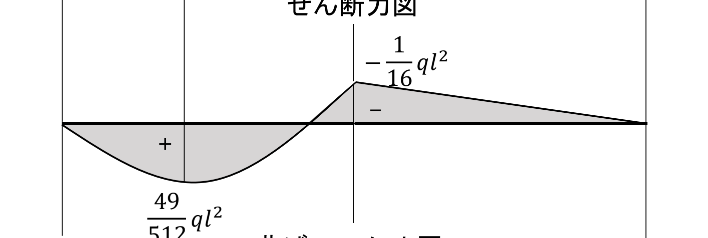
$$Q_x:\ \frac{7}{16}ql-qx=0 \qquad \Rightarrow \quad x=\frac{7}{16}l$$

$$M_x:\ -\frac{1}{2}qx^2+\frac{7}{16}qlx=0 \qquad \Rightarrow \quad x=0,\ x=\frac{7}{8}l$$

となる。

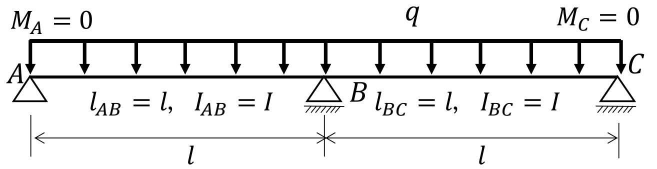


せん断力図



曲げモーメント図

（５）



点 B の三連モーメント法の式は，（13-16）式より

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A + 2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}} + \frac{l_{BC}}{I_{BC}}\right)M_B + \frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_C = 6E(\theta_{BA0} - \theta_{BC0}) \qquad ・・・①$$

となる。ここではり AB とはり BC に分布荷重が作用しているので，表 13-1 から荷重項は，

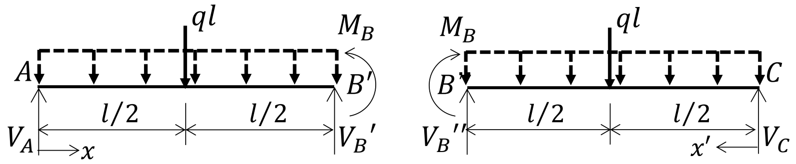
$$\theta_{BA0} = -\frac{ql^3}{24EI}，\ \theta_{BC0} = \frac{ql^3}{24EI}0 \qquad ・・・②$$

となる。また支点 A と支点 C の曲げモーメントは，$M_A = M_C = 0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I}\times 0 + 2\left(\frac{l}{I} + \frac{l}{I}\right)M_B + \frac{l}{I}\times 0 = 6E\left(-\frac{ql^3}{24EI} - \frac{ql^3}{24EI}\right)$$

$$\frac{4l}{I}M_B = -\frac{1}{2}\cdot\frac{ql^3}{I} \qquad \Rightarrow \qquad M_B = -\frac{1}{8}ql^2$$

となる。ここで，次の図のような単純ばりとして考える。



左側のはり AB’について，つり合い式から

$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A + V_B{}' - ql = 0 \\ \Sigma M_{(A)} = 0 : ql\cdot\frac{l}{2} - V_B{}'\cdot l - M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_A，$V_B{}'$は

$$V_B{}'\cdot l = \frac{1}{2}ql^2 - M_B = \frac{5}{8}ql^2 \qquad \Rightarrow \quad V_B{}' = \frac{5}{8}ql$$

$$V_A + \frac{5}{8}ql - ql = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_A = \frac{3}{8}ql$$

また，右側のはり B’C について，つり合い式から

$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_B'' + V_C - ql = 0 \\ \Sigma M_{(B'')} = 0 : ql\cdot\frac{l}{2} - V_C\cdot l + M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力$V_B{}''$，V_Cは

$$V_C\cdot l = \frac{1}{2}ql^2 + M_B = \frac{3}{8}ql^2 \qquad \Rightarrow \quad V_C = \frac{3}{8}ql$$

$$V_B'' + \frac{3}{8}ql - ql = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_B{}'' = \frac{5}{8}ql$$

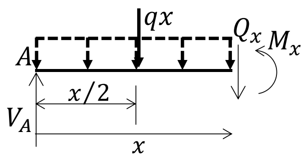
ここで支点反力 B を求めると，

$$V_B = V_B' + V_B'' = \frac{5}{8}ql + \frac{5}{8}ql = \frac{10}{8}ql = \frac{5}{4}ql$$

以上より，支点反力は，$V_A=\frac{3}{8}ql$，$V_B=\frac{5}{4}ql$，$V_C=\frac{3}{8}ql$　となる。

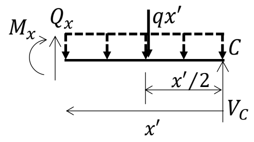
つぎに，せん断力図，曲げモーメント図を求める。

ⅰ）$0 \leqq x \leqq l$の時



$$\begin{cases} \Sigma V=0：V_A-Q_x-qx=0 & \Rightarrow Q_x=\frac{3}{8}ql-qx \\ \Sigma M_{(x)}=0：-M_x-qx\cdot\frac{x}{2}+V_A\cdot x=0 & \Rightarrow M_x=-\frac{1}{2}qx^2+\frac{3}{8}qlx \end{cases}$$

ⅱ）$0 \leqq x' \leqq l$　の時



$$\begin{cases} \Sigma V=0：V_C+Q_x-qx'=0 & \Rightarrow Q_x=qx'-\frac{3}{8}ql \\ \Sigma M_{(x)}=0：M_x-qx'\cdot\frac{x'}{2}-V_C\cdot x'=0 & \Rightarrow M_x=-\frac{1}{2}qx'^2+\frac{3}{8}qlx' \end{cases}$$

よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。

また，最大曲げモーメントM_{max}は，

$$\frac{\mathrm{d}M_x}{\mathrm{dx}}=-qx+\frac{3}{8}ql=0 \qquad \Rightarrow \quad x=\frac{3}{8}l \quad と \quad x'=\frac{3}{8}l \ \left(x=\frac{13}{8}l\right)$$

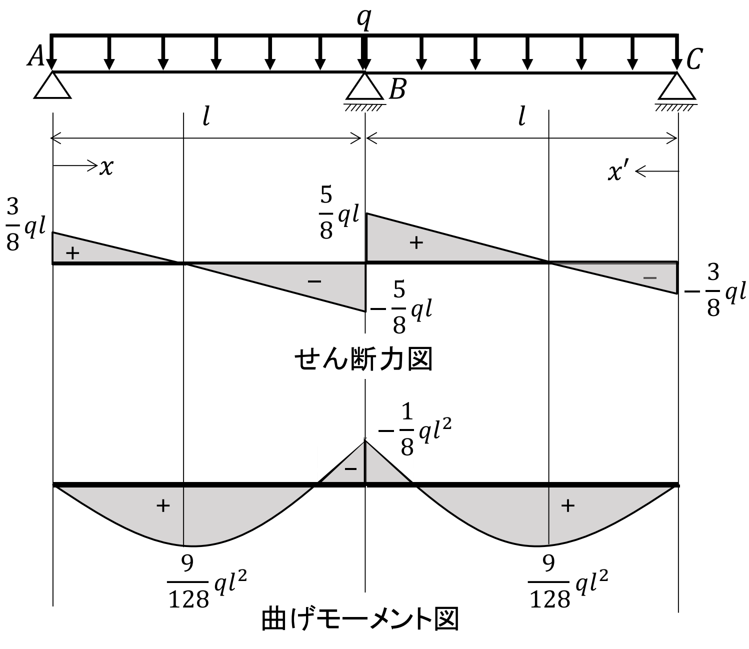
$$M_{max}=M_{x=\frac{3}{8}l}=-\frac{1}{2}q\cdot\left(\frac{3}{8}l\right)^2+\frac{3}{8}ql\cdot\frac{3}{8}l=\frac{9}{128}ql^2$$

となり，x 軸との交点は次の場所となる。

$$Q_x：\frac{3}{8}ql-qx=0 \qquad \Rightarrow \quad x=\frac{3}{8}l \quad と \quad x'=\frac{3}{8}l\left(x=\frac{13}{8}l\right)$$

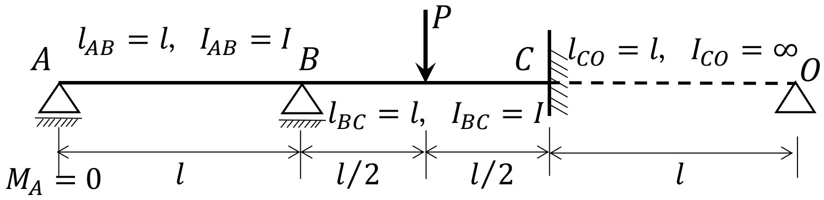
$$M_x：-\frac{1}{2}qx^2+\frac{3}{8}qlx=0 \qquad \Rightarrow \quad x=0，x=\frac{3}{4}l \quad と \quad x'=0，x'=\frac{3}{4}l$$

となる。



【第 13 章−３】　$\boxed{\text{演習問題 B}}$

（１）



支点 B と支点 C が固定端のため，右上図のように$I=\infty$のはり CO があると考え，支点 B と支点 C の三連モーメント法の式を（13-16）式から立てる。

支点 B について

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A+2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}}+\frac{l_{BC}}{I_{BC}}\right)M_B+\frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_C=6E(\theta_{BA0}-\theta_{BC0}) \qquad ・・・①$$

となる。ここではり AB には荷重なし，はり BC には集中荷重が載荷されているので表 13-1 から荷重項は,

$$\theta_{BA0}=0,\ \theta_{BC0}=\frac{Pl^2}{16EI} \qquad ・・・②$$

となる。また支点 A の曲げモーメント$M_A=0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I}\times 0+2\left(\frac{l}{I}+\frac{l}{I}\right)M_B+\frac{l}{I}M_C=6E\left(0-\frac{Pl^2}{16EI}\right)$$

$$\frac{4l}{I}M_B+\frac{l}{I}M_C=-\frac{3}{8}\cdot\frac{Pl^2}{I} \qquad \Rightarrow \qquad 4M_B+M_C=-\frac{3}{8}Pl \qquad ・・・③$$

となる。支点 C については,

$$\frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_B+2\left(\frac{l_{BC}}{I_{BC}}+\frac{l_{CO}}{I_{CO}}\right)M_C+\frac{l_{CO}}{I_{CO}}M_O=6E(\theta_{CB0}-\theta_{CO0}) \qquad ・・・④$$

となる。ここではり BC には集中荷重，はり CO には荷重なしより，表 13-1 から荷重項は,

$$\theta_{CB0}=-\frac{Pl^2}{16EI},\ \theta_{CO0}=0 \qquad ・・・⑤$$

となる。また支点 O の曲げモーメント$M_O=0$となるので，④式は

$$\frac{l}{I}\times M_B+2\left(\frac{l}{I}+\frac{l}{\infty}\right)M_C+\frac{l}{\infty}M_O=6E\left(-\frac{Pl^2}{16EI}-0\right)$$

$$\frac{l}{I}M_B+\frac{2l}{I}M_C=-\frac{3}{8}\cdot\frac{Pl^2}{I} \qquad \Rightarrow \qquad M_B+2M_C=-\frac{3}{8}Pl \qquad ・・・⑥$$

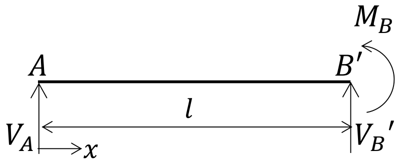
となる。③式×2−⑥式より,

$$7M_B=-\frac{3}{8}Pl \qquad \Rightarrow \qquad M_B=-\frac{3}{56}Pl$$

M_Bを⑥式に代入して,

$$-\frac{3}{56}Pl+2M_C=-\frac{3}{8}Pl \qquad \Rightarrow \qquad M_C=-\frac{9}{56}Pl$$

ここで，はり AB とはり BC の単純ばりとして考える。はり AB についてはつり合い式より



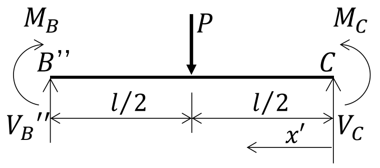
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A + V_B{}' = 0 \\ \Sigma M_{(A)} = 0 : -V_B{}' \cdot l - M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_A，$V_B{}'$は

$$V_B' \cdot l = -M_B = \frac{3}{56}Pl \qquad \Rightarrow \quad V_B{}' = \frac{3}{56}P$$

$$V_A + \frac{3}{56}Pl = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_A = -\frac{3}{56}P$$

はり BC については，



$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_B'' + V_C - P = 0 \\ \Sigma M_{(B'')} = 0 : M_B + P \cdot \dfrac{l}{2} - V_C \cdot l - M_C = 0 \end{cases}$$

より，支点反力$V_B{}''$，V_Cは

$$V_C \cdot l = M_B + \frac{1}{2}Pl - M_C = \frac{17}{28}Pl \qquad \Rightarrow \quad V_C = \frac{17}{28}P$$

$$V_B'' + \frac{17}{28}P - P = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_B{}'' = \frac{11}{28}P$$

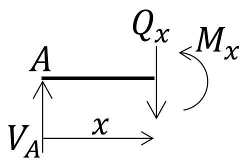
ここで支点反力 B を求めると，

$$V_B = V_B' + V_B'' = \frac{3}{56}P + \frac{11}{28}P = \frac{25}{56}P$$

以上より，支点反力は，$V_A = -\frac{3}{56}P$，$V_B = \frac{25}{56}P$，$V_C = \frac{17}{28}P$　となる。

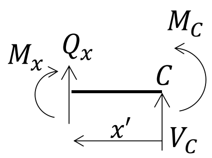
つぎに，せん断力図，曲げモーメント図を求める。

ｉ）$0 \leqq x \leqq l$の時



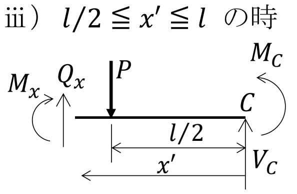
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A - Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = -\frac{3}{56}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : -M_x + V_A \cdot x = 0 & \Rightarrow M_x = -\dfrac{3}{56}Px \end{cases}$$

ⅱ）$0 \leqq x' \leqq l/2$　の時



$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_C + Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = -\frac{17}{28}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : M_x - V_C \cdot x' - M_C = 0 & \Rightarrow M_x = \dfrac{17}{28}Px - \dfrac{9}{56}Pl \end{cases}$$

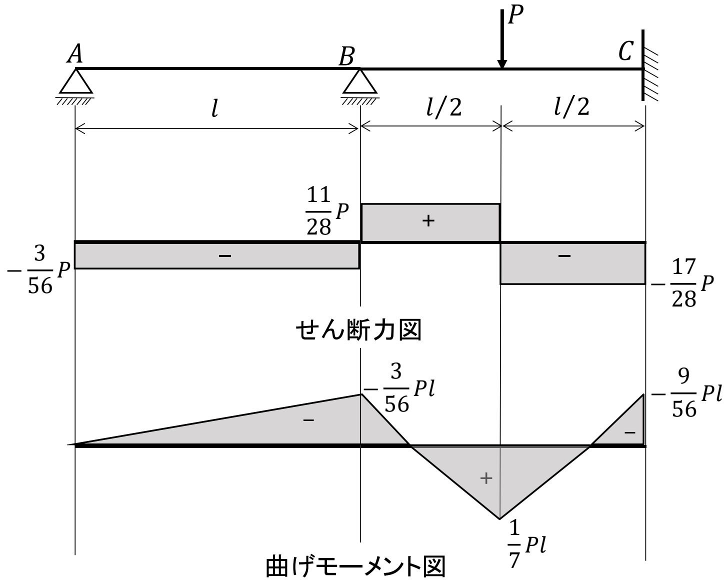
ⅲ）$l/2 \leqq x' \leqq l$　の時



$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_C + Q_x - P = 0 & \Rightarrow Q_x = \dfrac{11}{28}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : M_x + P\left(x' - \dfrac{l}{2}\right) - V_C \cdot x' - M_C = 0 & \end{cases}$$

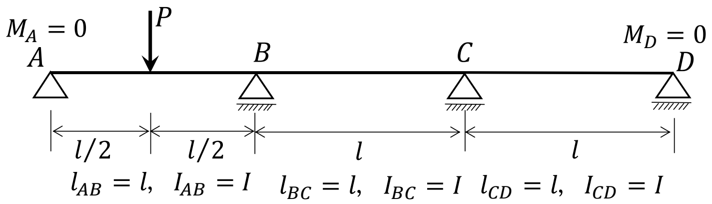
$$\Rightarrow M_x = -\frac{11}{28}Px' + \frac{19}{56}Pl$$

よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。



【第 13 章−３】　$\boxed{\text{演習問題 B}}$

（２）



支点 B と支点 C の三連モーメント法の式を（13-16）式から立てる。

支点 B について

$$\frac{l_{AB}}{I_{AB}}M_A + 2\left(\frac{l_{AB}}{I_{AB}} + \frac{l_{BC}}{I_{BC}}\right)M_B + \frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_C = 6E(\theta_{BA0} - \theta_{BC0}) \qquad \cdot\cdot\cdot ①$$

となる。ここではり AB には集中荷重，はり BC には荷重が載荷されていないので表 13-1 から荷重項は，

$$\theta_{BA0} = -\frac{Pl^2}{16EI},\ \theta_{BC0} = 0 \qquad \cdot\cdot\cdot ②$$

となる。また支点 A の曲げモーメント$M_A = 0$となるので，①式は

$$\frac{l}{I}\times 0 + 2\left(\frac{l}{I} + \frac{l}{I}\right)M_B + \frac{l}{I}M_C = 6E\left(-\frac{Pl^2}{16EI} - 0\right)$$

$$\frac{4l}{I}M_B + \frac{l}{I}M_C = -\frac{3}{8}\cdot\frac{Pl^2}{I} \qquad \Rightarrow \qquad 4M_B + M_C = -\frac{3}{8}Pl \qquad \cdot\cdot\cdot ③$$

となる。支点 C については，

$$\frac{l_{BC}}{I_{BC}}M_B + 2\left(\frac{l_{BC}}{I_{BC}} + \frac{l_{CD}}{I_{CD}}\right)M_C + \frac{l_{CD}}{I_{CD}}M_D = 6E(\theta_{CB0} - \theta_{CD0}) \qquad \cdot\cdot\cdot ④$$

となる。ここではり BC とはり CD には荷重は載荷されていないので，表 13-1 から荷重項は，

$$\theta_{CB0} = 0,\ \theta_{CD0} = 0 \qquad \cdot\cdot\cdot ⑤$$

となる。また支点 0 の曲げモーメント$M_D = 0$となるので，④式は

$$\frac{l}{I}M_B + 2\left(\frac{l}{I} + \frac{l}{I}\right)M_C + \frac{l}{I}\times 0 = 6E(0 - 0)$$

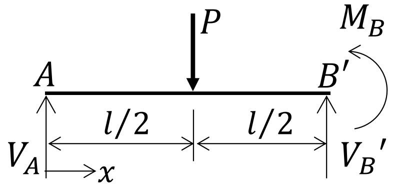
$$\frac{l}{I}M_B + \frac{4l}{I}M_C = 0 \qquad \Rightarrow \qquad M_B = -4M_C \qquad \cdot\cdot\cdot ⑥$$

となる。⑥式を③式に代入すると，

$$-16M_C + M_C = -\frac{3}{8}Pl \qquad \Rightarrow \qquad M_C = \frac{1}{40}Pl$$

$$M_B = -4\times\frac{1}{40}Pl = -\frac{1}{10}Pl \qquad \Rightarrow \qquad M_B = -\frac{1}{10}Pl$$

ここで，はり AB とはり BC，はり CD の単純ばりとして考える。はり AB のつり合い式より



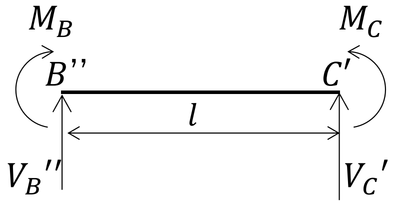
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A + V_B' - P = 0 \\ \Sigma M_{(A)} = 0 : P\cdot\frac{l}{2} - V_B{}'\cdot l - M_B = 0 \end{cases}$$

より，支点反力V_A，$V_B{}'$は

$$V_B'\cdot l = \frac{1}{2}Pl - M_B = \frac{3}{5}Pl \qquad \Rightarrow \qquad V_B{}' = \frac{3}{5}P$$

$$V_A + \frac{3}{5}P - P = 0 \qquad \Rightarrow \qquad V_A = \frac{2}{5}P$$

はり BC については，



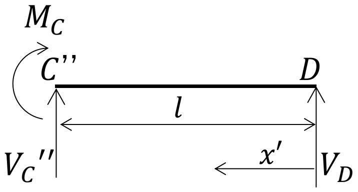
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_B'' + V_C{}' = 0 \\ \Sigma M_{(B'')} = 0 : M_B - V_C{}' \cdot l - M_C = 0 \end{cases}$$

より，支点反力$V_B{}''$，$V_C{}'$は

$$V_C' \cdot l = M_B - M_C = -\frac{1}{8}Pl \qquad \Rightarrow \quad V_C{}' = -\frac{1}{8}P$$

$$V_B'' - \frac{1}{8}P = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_B{}'' = \frac{1}{8}P$$

はり CD については，



$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_C'' + V_D = 0 \\ \Sigma M_{(B'')} = 0 : M_C - V_D \cdot l = 0 \end{cases}$$

より，支点反力$V_C{}''$，V_Dは

$$V_D \cdot l = M_C = \frac{1}{40}Pl \qquad \Rightarrow \quad V_D = \frac{1}{40}P$$

$$V_C'' + \frac{1}{40}P = 0 \qquad \Rightarrow \quad V_C'' = -\frac{1}{40}P$$

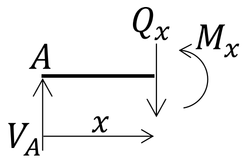
ここで支点反力 B と支点反力 C を求めると，

$$V_B = V_B' + V_B'' = \frac{3}{5}P + \frac{1}{8}P = \frac{29}{40}P \qquad V_C = V_C' + V_C'' = -\frac{1}{8}P - \frac{1}{40}P = -\frac{3}{20}P$$

以上より，支点反力は，$V_A = \frac{2}{5}P$，$V_B = \frac{29}{40}P$，$V_C = -\frac{3}{20}P$，$V_D = \frac{1}{40}P$　となる。

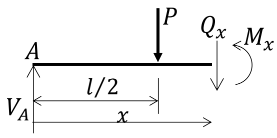
つぎに，せん断力図，曲げモーメント図を求める。

ⅰ）$0 \leqq x \leqq l/2$ の時



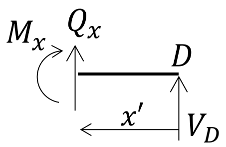
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A - Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = \frac{2}{5}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : -M_x + V_A \cdot x = 0 & \Rightarrow M_x = \dfrac{2}{5}Px \end{cases}$$

ⅱ）$l/2 \leqq x \leqq l$の時



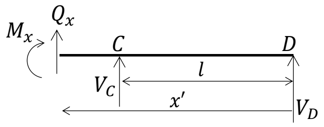
$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_A - Q_x - P = 0 & \Rightarrow Q_x = -\frac{3}{5}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : -M_x - P \cdot \left(x - \dfrac{l}{2}\right) + V_A \cdot x = 0 & \Rightarrow M_x = -\dfrac{3}{5}Px + \dfrac{1}{2}Pl \end{cases}$$

ⅲ）$0 \leqq x' \leqq l$　の時



$$\begin{cases} \Sigma V = 0 : V_D + Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = -\frac{1}{40}P \\ \Sigma M_{(x)} = 0 : M_x - V_D \cdot x' = 0 & \Rightarrow M_x = \dfrac{1}{40}Px' \end{cases}$$

ⅳ）$l \leqq x' \leqq 2l$ の時



$$
\begin{cases}
\Sigma V = 0 : V_C + V_D + Q_x = 0 & \Rightarrow Q_x = \dfrac{1}{8}P \\
\Sigma M_{(x)} = 0 : M_x - V_C(x' - l) - V_D \cdot x' = 0 & \Rightarrow M_x = -\dfrac{1}{8}Px' + \dfrac{3}{20}Pl
\end{cases}
$$

よって，せん断力図，曲げモーメント図は次のようになる。